ЛОКАЛЬНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ НЕОПЛАЧЕННОМУ ПРИСВОЕНИЮ ОБЩЕСТВЕННЫХ БЛАГ
(марковская модель для «задачи о фальшивомонетчике»)

Пыркина О. Е., Юданов А. Ю.

Предложена математическая модель для описания эффекта локального сопротивления неоплаченному присвоению общественных благ на примере «модели фальшивомонетчика». Построена марковская цепь с одним поглощающим состоянием. Показано, что система может являться саморегулирующейся при условии нарушения интересов взаимодействующих с «фальшивомонетчиком» экономических агентов

1. Постановка задачи и ее экономическое значение. Одной из проблем экономической теории, уже целое столетие (!) не находящей применимого на практике решения, является ***проблема неоплаченного присвоения общественных благ*** или, иначе, ***проблема безбилетника*** (***free rider problem***). Помимо частных благ, т.е. обычных товаров и услуг, движение которых составляет ядро рыночных отношений, значительную роль в любой экономике играют общественные блага, потребление которых носит принципиально коллективный характер.

Список общественных благ простирается от таких конкретных объектов, как дорожные указатели или ночное освещение городских улиц, до универсалий общественного бытия вроде поддержания правопорядка в стране или национальной обороны, более того, их список имеет отчетливую тенденцию расширяться по мере исторического прогресса. При этом создание общественных благ требует значительных издержек, которые в принципе должны нести – но не всегда несут! - все их потребители.

Феномен безбилетничества принято связывать, во-первых, с неисключаемым характером потребления общественных благ (технически невозможно или запредельно дорого исключить кого-либо из круга пользователей этими благами). Например, невозможно организовать дело так, чтобы ночным освещением улиц могли воспользоваться только честные налогоплательщики.

Во-вторых, безбилетничество поощряется неконкурентным характером потребления общественных благ (использование данного типа благ одним индивидуумом не уменьшает их количество, доступное другим). Так, степень защищенности граждан от вражеской бомбардировки в результате функционирования системы ПВО не сокращается, если под «зонтиком безопасности» кроме них оказываются люди, не внесшие своего вклада в обороноспособность страны (например, приехавшие в страну иностранные туристы). Неконкурентность потребления снижает общественную мотивацию противодействия безбилетничеству, т.к. «зайцы» часто никому лично не причиняют вреда.

Очень распространена и ситуация, когда вред теоретически существует, но наносится каждому члену общества в столь микроскопических дозах, что ущерб практически не ощущается. Скажем, лицо, уклоняющееся от уплаты налогов, в принципе залезает в карман каждому налогоплательщику, т.к. переваливает на других свою долю финансирования общественных благ. Но реально поимка отдельного неплательщика увеличит доходы бюджета столь незначительно, что прочие граждане не испытают никакого облегчения бремени. В итоге неуплата налогов воспринимается всеми как простительный грех, а неплательщик сохраняет возможность пользоваться общественными благами при достаточно выраженном попустительстве социума.

Описанная природа общественных благ делает их неоплаченное присвоение массовым явлением. Оно простирается от неуплаты налогов до списывания на экзаменах в вузах (не оплаченный трудом доступ к повышенному социальному статусу, зарплате и т.п.), от пиратского копирования кинофильмов до фальшивомонетничества. Каждый раз применяется одна и та же схема: некий мошеннический трюк (фальсифицированная налоговая отчетность, поддельная купюра, шпаргалка и т.п.) открывает «безбилетнику» доступ к благам, на которые он не имеет права [1].

Неудивительно, что поиском решения проблемы «безбилетника» экономисты озабочены с начала XX в. Даже перечисление занимавшихся этим ученых обнаруживает выдающиеся имена: Э. Линдаль (модель «добровольного обмена» [2]), Дж. М. Кларк (налог Кларка [3]), Т. Гровс [4] и У. Викри [5], М. Олсон (концепция селективных стимулов [6]). Но повышенное внимание данной проблеме стало уделяться только во второй половине XX века в рамках изучения экономики преступлений и наказаний (economics of crime and punishment): М. Аллингам и А. Сандмо («рациональный выбор налогоплательщика» [7]), М. Сесновиц и Г. Беккер (модель «рациональные воры» [8,9]), Л. Филлипс, Г. Воти-младший и К. Эскридж (модель «оптимизирующие «сыщики» – [10,11]). Впоследствии и эти, и новые подходы (В. Смит - экспериментальное изучение объемов производства общественных благ [12]) были развиты многими авторами.

Являясь во многом шедеврами теоретической мысли, эти концепции на вопрос о том, как «победить безбилетника», прямо не отвечают. Утверждается [13], что в экономике задача борьбы с безбилетниками возлагается на внешнего контролера (государство). Ясно, что об эффективности таких методов борьбы говорить не приходится.

По мнению авторов, однако, для частного случая нарушения безбилетником интересов своего ***близкого*** окружения знаменитая неразрешимая проблема все же имеет решение. Интересным объектом для анализа таких специальных случаев может служить фальшивомонетничество. Если приравнять фальшивомонетчика к безбилетнику, то суть его деятельности состоит в бесплатном получении доступа к универсуму экономических благ, а главным последствием, от которого страдает все общество, является «порча денег», подрыв их покупательной способности.

Стремящееся сохранить стабильность денежного обращения государство, естественно, борется с фальшивомонетничеством. При этом главная цель государственных усилий не вызывает живого отклика большинства субъектов экономики (сказывается неконкурентность потребления блага «денежное обращение»). Ведь «впрыск» фальшивых денег в малых масштабах ведет к ничтожно малому ухудшению функционирования денежной системы.

Легко заметить, однако, что близкое окружение фальшивомонетчика страдает не столько от общего ухудшения «качества» денег, сколько от значимого для конкретного лица микроэффекта. Ведь вероятность того, что у добросовестного приобретателя подсунутую ему фальшивку далее не примет ни один из партнеров, весьма велика. Воздействие этого эффекта на решение проблемы безбилетника и представляется полезным рассмотреть с помощью «модели фальшивомонетчика».

2. Обоснование марковского свойства денежного обращения. Для формализации «***задачи о фальшивомонетчике***» имеет смысл выделить три состояния купюры, классифицируя их по местонахождению в «хранилище» наличных денег одного из трех условных типов. Эти «хранилища» различаются по уровню проверки подлинности купюр при поступлении и представляют собой множество $S = \{1, 2, 3\}$ состояний системы наличного денежного обращения (ниже - «системы»).

1. Купюры могут храниться в карманах, кошельках, бумажниках, чулках и т.п., т.е. всюду, где при получении денег не проводится проверка подлинности (исключая проверку визуальную); назовем это состоянием 1.
2. Купюры могут находиться в кассовых аппаратах торговли и сервиса или аналогичных структур, где осуществляется частичная и (или) технически не вполне совершенная проверка подлинности; назовем это состоянием 2.
3. Наличность может храниться в активах банковской системы, где при приеме наличных денег осуществляется тщательная и всесторонняя проверка подлинности купюр; назовем это состоянием 3.

Если исключить человеческий фактор для наличных денег, находящихся в руках частных лиц (например, покупатель случайно запомнил, что именно эту купюру с надорванным уголком ему дали в качестве сдачи в магазине), то деньги в каждом условном «хранилище» полностью обезличены и поэтому лишены предыстории. (К примеру, никакой кассир при передаче выручки в банк не сможет сказать, от кого именно поступила та или иная 500-рублевая купюра). Поэтому вероятности p_{ij} перемещения купюры из одного «хранилища» в другое (из состояния с номером i в другое состояние с номером j) не зависят от того, каким путем эта купюра попала в «хранилище», то есть от того, где именно (в состоянии с каким номером) она находилась прежде. Такое качество независимости «будущего» и «прошлого», или, что то же самое, независимости «будущего» от «прошлого» при фиксированном «настоящем» [14], позволяет заключить, что процесс перемещения наличных купюр из состояния в состояние обладает ***марковским свойством***. Его можно рассматривать как ***марковский случайный процесс***, и математическую модель его удобно строить, используя известный аппарат конечных цепей Маркова. Вероятности p_{ij} здесь есть переходные вероятности для цепи Маркова.

Будем рассматривать в модели лишь ***однородные*** марковские процессы. При таком подходе мы неявно предполагаем, что при обращении подлинных купюр свойства и характеристики системы не меняются. Таким образом, вероятностные механизмы, управляющие переходами из одного состояния в другое, остаются одними и теми же для всех моментов времени $t \geq 0$ [15], что означает однородность по времени переходных вероятностей: $p_{ij}(s,t) = p_{ij}(s-t), \quad \forall\, i, j \in S$.

Идея использования математического аппарата цепей Маркова для построения модели денежных потоков не является принципиально новой [16], хотя авторы пришли к ней независимым путем, анализируя особенности решаемой задачи.

Ранее эти результаты не находили приложения к конкретным задачам экономики и финансов и до сих пор являлись лишь иллюстративным материалом к возможностям метода. Применение же модели, построенной с помощью аппарата марковских случайных процессов, к ***значимой для экономической науки*** «проблеме безбилетника» [1], в частности, к проблеме анализа оборота фальшивых денег, является оригинальной разработкой авторов.

3. Основные обозначения, применяемые в модели. Случайный процесс $X(t) \in S$ показывает состояние системы в момент времени t. Марковское свойство процесса определяется следующим образом. Если в данный момент времени s система находится в состоянии i, то вероятность $p_{ij}(s,t)$ того, что в момент времени $t > s$ она будет находиться в состоянии j, не зависит от ее состояния в моменты, предшествующие s. В этом случае условная вероятность $\Pr\{X(t) = j / X(s) = i\}$ есть переходная вероятность $p_{ij}(s,t)$ по определению.

С помощью переходных вероятностей можно проследить эволюцию распределения вероятностей состояний цепи (и, соответственно, купюр по состояниям) от начального распределения $\vec{x}(0) = [x_1(0), x_2(0), x_3(0)]$ до распределения $\vec{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), x_3(t)]$ в любой момент времени $t > 0$.

Нас будут интересовать вероятности перехода из состояния i в состояние j за n шагов – обозначим их $p_{ij}(n)$, тогда матрица перехода за n шагов есть $P(n)$. Число n здесь есть индекс состояния системы (сделано n шагов от начального распределения). Для однородных цепей Маркова хорошо известно, что $P(n) = P^n(1)$ [15]. Тогда, соответственно, $\vec{x}(n) = \vec{x}(0)P^n(1)$.

4. Построение графа денежного обращения для подлинных купюр. В соответствии с тремя состояниями - условными «хранилищами» наличных денег - выделено три группы операций с наличностью, различающиеся по уровню проверки подлинности купюр.

К первой группе отнесены операции, связанные с наличными расчетами между частными лицами (например, покупка продуктов на продовольственном рынке, расчет за услуги ремонтно-строительного характера и т.д.). При таких операциях осуществляется лишь визуальная проверки подлинности купюр, поэтому вероятность обнаружения и отсева фальшивки можно считать близкой к нулю.

Ко второй группе отнесены операции с наличными деньгами, проходящие через кассу. В большинстве касс в торговле и сервисе первичный контроль подлинности крупных купюр обычно проводится, однако прохождение фальшивки через такой слабый «фильтр» без обнаружения исключить нельзя. Поэтому представляется целесообразным обозначить вероятность «необнаружения фальшивки» как $d \neq 0$.

К третьей группе отнесены операции с наличностью, проводимые с участием банка. На этом уровне проверка подлинности носит массовый и существенно более тщательный характер, поэтому вероятность обнаружения и отсева фальшивки близка к 1, соответственно вероятность «необнаружения» фальшивки D будет близка к нулю

Тогда перемещение купюр из «хранилища» одного типа в другое будет соответствовать первой, второй или третьей группе операций с наличностью.

На приведенном графе (Рис.1), схематично представляющем процесс наличного денежного обращения, три типа «хранилищ» купюр обозначены, соответственно «кошелек» - состояние 1, «касса» - состояние 2, «банк» - состояние 3.

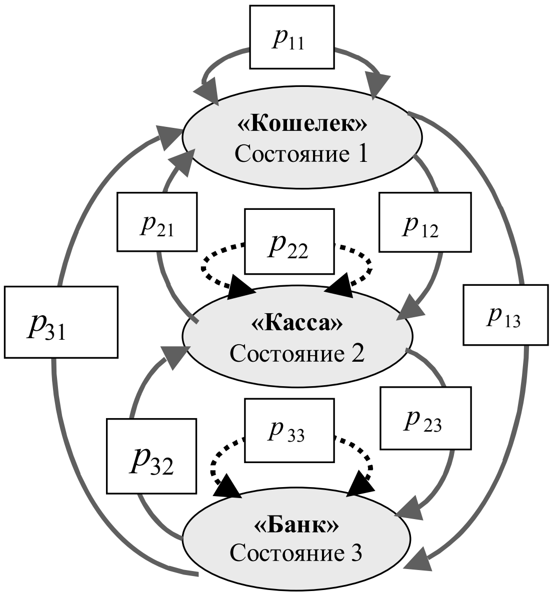

Рис. 1. Граф перемещения подлинных купюр

На каждой дуге графа обозначена вероятность p_{ij} изображаемого ею перемещения» купюры, то есть вероятность перехода системы из одного состояния в другое ($i \to j$) за один временной шаг.

Для этого графа можно составить матрицу переходных вероятностей, соответствующую трем описанным выше группам операций с наличностью - $P(1)$:

$$P(1) = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} \end{pmatrix}$$

Элементы с совпадающими индексами ($i = j$) описывают сохранение состояния. Для состояния 1 такой переход (с вероятностью p_{11}) не означает, что деньги хранятся «в чулке»; под эту категорию попадают все наличные расчеты без использования кассы. Именно в таких расчетах ввод в оборот фальшивых купюр наиболее вероятен.

Наличные же расчеты между двумя кассами или между двумя банками - явление в современном мире достаточно редкое, поэтому для состояний 2 и 3 переходы с вероятностями p_{22} (из кассы в кассу) или p_{33} (из банка в банк) описывают хранение наличных денег в кассе или в банке, соответственно. Мы предполагаем, что кассы и банки не делают сознательных попыток ввода в оборот фальшивых купюр, поэтому эти переходы не являются существенными для модели, на графе они обозначены пунктирной линией.

5. Анализ движения фальшивых купюр на графе. Рассмотрим, как изменится описание марковского процесса денежного обращения, если ввести в оборот фальшивую купюру. Фальшивка рано или поздно будет замечена, поэтому возникает необходимость описания ее дальнейшей судьбы. Будем считать, что после обнаружения она подлежит утилизации - соответственно нужно ввести еще одно хранилище наличных денег - «утиль». Оно представляет собой поглощающее состояние системы; попав в него, купюра более в оборот не возвращается. Таким образом, множество состояний системы есть $S = \{1,...,4\}$. Далее, необходимо добавить <u>четвертую группу</u> операций с наличностью – это изъятие из оборота и уничтожение обнаруженных фальшивых купюр.

Граф возможных перемещений фальшивой купюры из «хранилища» в «хранилище» (переходов из состояния i в состояние j) представлен на Рис.2. На каждой дуге графа обозначена вероятность f_{ij} перемещения фальшивой купюры по этой дуге. Переходы 2-2, 3-3, соответствующие хранению фальшивых купюр в кассе или в банке (***если фальшивую купюру не сумели распознать при поступлении в «хранилище», далее она хранится и обращается вместе с подлинными деньгами!***), на графе не обозначены.

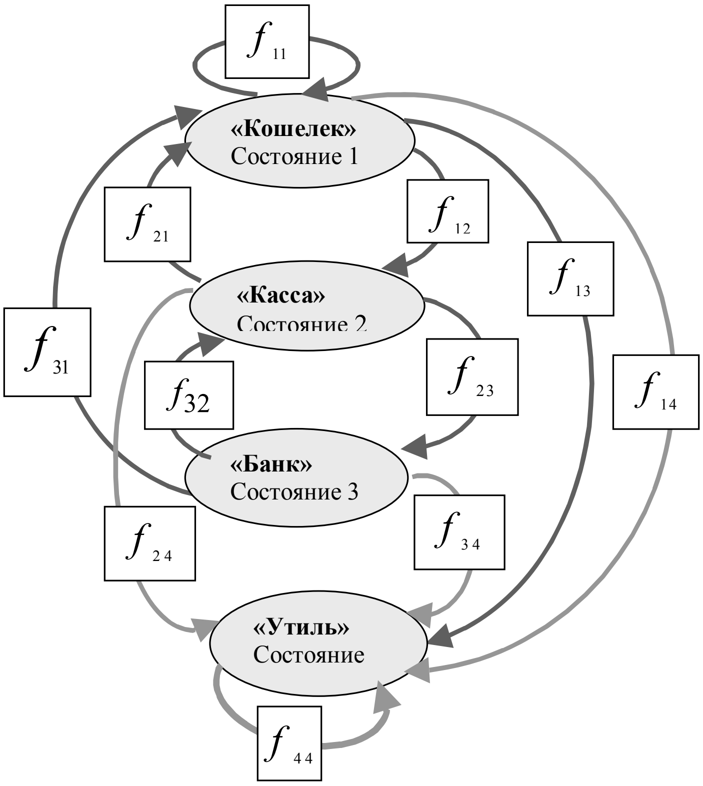

Рис. 2. Граф перемещений фальшивых купюр

Матрица $F(1)$ переходных вероятностей для фальшивой купюры (за один временной шаг) есть

$$F(1) = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} & f_{14} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} & f_{24} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} & f_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Здесь состояние 4 является поглощающим, поэтому все вероятности переходов из состояния 4 в иные состояния равны нулю, а $f_{44} = 1$.

Уравнения, связывающие элементы матриц $P(1)$ и $F(1)$ можно выписать, исходя из следующих соображений.

В операциях первой группы (расчеты между частными лицами) фальшивку обнаружить практически невозможно, поэтому фальшивая купюра обращается как подлинная. Таким образом, $f_{11} = p_{11}$.

При переходе денег из рук частных лиц в кассу или банк вероятности «необнаружения» фальшивки составляют d или D (это суть вероятности принять фальшивую купюру за подлинную). Их величины зависит от совершенства технических средств и добросовестности проверяющего. Поэтому по правилу умножения вероятностей имеем

$$f_{12} = p_{12}d, \quad f_{13} = p_{13}D.$$

Выявленные фальшивые купюры (не прошедшие систему контроля подлинности в кассе с вероятностью $1-d$ или в банке с вероятностью $1-D$) подлежат дальнейшей утилизации (попадают в состояние 4), поэтому $f_{14} = p_{12}(1-d) + p_{13}(1-D)$ (сумма элементов каждой строки матрицы равна 1 для сохранения свойства стохастичности).

Если фальшивка «проскочила» систему контроля подлинности в кассе или в банке, в дальнейшем она участвует в обороте наряду с подлинными купюрами, поэтому

$$f_{21} = p_{21}, \quad f_{22} = p_{22}, \quad f_{23} = p_{23}D, \quad f_{24} = p_{23}(1-D)$$

для вероятностей «выхода» из состояния 2. Аналогично, для «выхода» из состояния 3:

$$f_{31} = p_{31}, \quad f_{32} = p_{32}, \quad f_{33} = p_{33}, \quad f_{34} = 0.$$

В качестве пояснения последних соотношений можно отметить, что при получении наличных денег в кассе или в банке обычно никто не сомневается в их подлинности, поэтому дополнительной проверки не проводит. Таким образом, успешно «проскочившая» неидеальную систему контроля подлинности фальшивка искренне принимается получателем за подлинную купюру и снова участвует в обороте.

Матрица $F(1)$ переходных вероятностей системы для фальшивой купюры (за один временной шаг) принимает вид

$$F(1) = \left(\begin{array}{ccc|c} p_{11} & p_{12}d & p_{13}D & p_{12}(1-d)+p_{13}(1-D) \\ p_{21} & p_{22} & p_{23}D & p_{23}(1-D) \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

Эта матрица $F(1)$ описывает марковский процесс с одним поглощающим состоянием, и к ней применимы результаты теории поглощающих цепей Маркова [16,17].

Будем далее строить так называемую фундаментальную матрицу цепи N, элементы которой однозначно связаны с переходными вероятностями.

6. Анализ длительности нахождения фальшивой купюры в обороте. Первоначальная матрица $F(1)$ переходных вероятностей разбивается на 4 блока (выше это разбиение намечено штриховыми линиями)

$$F(1)=\begin{pmatrix} Q & R \\ O & I \end{pmatrix}$$

Здесь Q - матрица размера 3×3, элементы которой определяют переходы из непоглощающих состояний в непоглощающие (непоглощающие - это состояния 1-3). Далее, R - матрица размера здесь 3×1, элементы которой описывают переходы из непоглощающих состояний в поглощающие. O - матрица размера 1×3, состоящая из нулей (ее элементы суть вероятности «выхода» из поглощающего состояния). И, наконец, блок $I=(1)$ - единичная матрица размера 1×1 - описывает пребывание в поглощающем состоянии. Для матрицы такого рода доказано существование обратной матрицы $N=(I-Q)^{-1}$ [16,17], которая называется фундаментальной матрицей для марковской цепи с поглощающими состояниями. Сумма элементов этой матрицы по строке $\sum_{j=1}^{3} n_{i\,j}$ дает среднее достижения поглощающего состояния при условии, что в начальный момент цепь находилась в состоянии i.

Предположим, что фальшивые купюры появляются в обороте лишь при расчетах первой группы (переход из состояния 1 в него же, вероятность такого перехода есть f_{11}), считая, что «кассы» и «банки» не вводят фальшивые купюры в оборот (за исключением описанных выше случаев сбоя в системе контроля). Поэтому начальное распределение фальшивых купюр по состояниям выбирается так, чтобы все фальшивые купюры были сосредоточены в «кошельках», т.е. в состоянии 1 . Тогда это распределение будет иметь вид $\vec{x}(0)=\{1,0,0,0\}$.

Далее нас будет интересовать эволюция во времени случайного вектора $\vec{x}(t)=\{x_1(t),x_2(t),x_3(t),x_4(t)\}$. Здесь каждая из вероятностей $x_i(t)$ есть вероятность $P\{X(t)=i\,|\,\vec{x}(0)\}$ того, что купюра (цепь) находится в состоянии i в момент времени t, при условии, что в начальный момент $t=0$ она имела распределение $\vec{x}=\vec{x}(0)$. Динамика такого вектора описывается общим уравнением $\vec{x}(t+\Delta t)=\vec{x}(t)\,P(\Delta t)$ [16]. Достижение финального распределения $\vec{x}(t*)=\{0,0,0,1\}$ означает, что все фальшивые купюры обнаружены и благополучно утилизированы.

Дальнейший анализ отклика системы наличного денежного обращения на увеличение доли фальшивых купюр в обороте требует учета обратной связи. Действительно, чем больше обращается фальшивок, тем бдительнее становится каждый получатель купюры и тем меньше вероятность «проскочить» фильтр без выявления; чем бдительнее получатель, тем менее выгодно запускать фальшивки в оборот и тем меньше их концентрация q. При этом переходные вероятности становятся зависящими от концентрации фальшивых купюр в обороте, то есть различными в различные моменты времени, что требует перехода к рассмотрению неоднородных марковских процессов.

Тем не менее, первые оценки подобного самосогласованного воздействия получены на основе теории однородных марковских цепей. Была рассмотрена последовательность матриц $F(1)$ с различными значениями переходных вероятностей, обусловленными различными значениями вероятностей d или D «необнаружения» фальшивых купюр в кассах или банках. Влияние концентрации q фальшивых купюр в обороте на эти вероятности описывается соотношениями $d = e^{-\gamma q}$ и $D = e^{-\Gamma q}$ (γ и Γ - положительные коэффициенты пропорциональности).

Такое описание отвечает сделанному выше предположению о том, что получатель купюры становится все более бдительным по мере увеличения концентрации q фальшивых купюр в обороте, а, значит, и размеров своего возможного убытка.

Численное моделирование на основе изложенного подхода было проведено при различных значениях параметров γ и Γ и различных матрицах переходных вероятностей $P(1)$, задающих, соответственно, различные матрицы $F(1)$.

$$P(1) = \begin{pmatrix} 0.4 & 0.4 & 0.2 \\ 0.4 & 0.2 & 0.4 \\ 0.3 & 0.4 & 0.3 \end{pmatrix}$$

Для иллюстрации в Таблице 1 приведены результаты моделирования для значений $\gamma = 1, \Gamma = 2$ и для приведенной здесь матрицы переходных вероятностей $P(1)$.

Условно принималось, что поглощающее состояние достигнуто, если начальное распределение $X = \{1,0,0,0\}$ перешло в финальное распределение вида $X = \{\le 0.01, \le 0.01, \le 0.01, \ge 0.99\}$, то есть более 99% фальшивых купюр обнаружено и утилизировано.

Таблица 1. Зависимость количества n временных шагов до достижения системой поглощающего состояния от концентрации q фальшивых купюр в обороте

$q = 0.02$	$q = 0.05$	$q = 0.1$	$q = 0.2$	$q = 0.3$
$n > 300$	$n = 143$	$n = 83$	$n = 40$	$n = 29$

Результаты показывают, что с увеличением в обороте концентрации фальшивых купюр q система приходит к финальному состоянию $\vec{x}(t*) = \{0,0,0,1\}$ за все более короткие промежутки времени, что подтверждает заключение о возможности «саморегулирования» системы, при наличии соответствующих ***институциональных*** условий.

5. Основные выводы. Наиболее значимым результатом представляется адекватное экономическому смыслу задачи описание феномена локального сопротивления неоплаченному присвоению общественных благ (это явление, по мнению авторов, уместно назвать «эффектом фальшивомонетчика»). В случаях, когда поведение безбилетника не только нарушает общественный интерес, но и непосредственно вредит контактирующим с ним экономическим агентам, безбилетничество эффективно пресекается усилиями последних.

Представляется, что эффект фальшивомонетчика может быть выявлен в широком спектре экономических процессов и корректно описан с помощью математических моделей, однотипных с приведенной выше моделью фальшивомонетчика.

В качестве иллюстрации можно привести такое явление, как списывание, подсказки и другие незаконные приемы сдачи экзаменов и рассмотреть с этой точки зрения, например, ЕГЭ. В его современной реализации получение сколь угодно завышенных оценок соседом значимым образом не снижает шансы на поступление в ВУЗ дающего списать или потворствующему списыванию. «Взаимопомощь» всего класса, причем, возможно, и с участием учителя, становится в этом случае весьма вероятной. Весь контроль ложится только на внешних проверяющих и, возможно, осуществляется ими отнюдь не лучшим образом: от добросовестной неспособности «чужака» справиться с тотальным сговором всех «своих» до прямой коррумпированности контролера.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.

1. *А.Ю. Юданов, Е.Г. Беккер.* Безбилетник или фальшивомонетчик? (Об одном решении неразрешимой проблемы)/ Теневая экономика-2007. Научный ежегодник, М.: РГГУ, 2008.
2. *Lindahl E.* Die Gerechtigkeit der Besteuerung. Lund: Gleerupund H.Ohlsson, 1919. Важнейшие главы из книг К. Викселля и Э. Линдаля опубликованы в переводе на английский язык в издании: Musgrave R.A. and Peacock A.T. (eds.). Classics of Public Finance. London: Macmillan, 1958.
3. *Clarke E.H.* Multipart Pricing of Public Goods: An Example. // Public Prices for Public Products, ed. by S. Mishkin. Washington: Urban Inst., 1972.
4. *Groves T.* Incentives in Teams. Econometrica 41 (July 1973): 617-33.
5. *Vickrey W.* Counterspeculation, Auctions, and Competitive Sealed Tenders. Journal of Finance 16 (May 1961): 8-37.
6. *Olson M.* The Logic of Collective Action. Cambridge: Cambridge University Press, 1965.
7. *Allingham M., Sandmo A.* Income Tax Evasion: A Theoretical Analysis. Journal of Public Economics.1972. № 1. P. 323-338
8. *Sesnowitz M.* Returns to Burglary // The Economics of Crime. Cambridge (Mass.), 1980. p. 181 – 186.
9. *Becker G. S.* Crime and Punishment: An Economic Approach // Essays in the Economics of Crime and Punishment, Ed. by G. S. Becker, W. L. Landes. N.Y., 1974. p. 10.
10. *Phillips L., Votey H. L. Jr.* The Economics of Crime Control. Beverly Hills etc., 1981. P. 29 – 30;
11. *Eskridge C. W.* The Futures of Crime in America: an Economic Perspective // Crime and Criminal Justice in a Declining Economy. Ed. by K. N. Wright. Cambridge (Mass.), 1981
12. *Smith V. L.* Experiments with a Decentralized Mechanism for Public Good Decisions, American Economic Review, 70, (1980), Smith V. L. Incentive Compatible Experimental Processes for the Provision of Public Goods, Cambridge, England: Cambridge University Press, 1991
13. 50 лекций по микроэкономике/ Под ред. В.С. Автономова и др., СПб: Экономическая школа, 2000, т.2. с. 414
14. Вероятность и математическая статистика. Энциклопедия. М.: Научное издательство Большая Российская энциклопедия, 1999
15. *А.Н. Ширяев.* Вероятность. М.: МЦМНО, 2004, 520с.
16. *Кемени Д. Д., Снелл Д. Л.* Конечные цепи Маркова. М.: Наука, 1970 .272с.
17. *Ф.С. Робертс.* Дискретные математические модели с приложениями к социальным, биологическим и экологическим наукам. М.: Наука, 1986.

LOCAL RESISTANCE TO PUBLIC GOODS UNPAID APPROPRIATION
(Markov chain approach to "counterfeiter problem")

Pyrkina O. E., Yudanov A. Yu.

The model to describe an effect of local resistance to public goods unpaid appropriation is proposed. An example of "counterfeiter problem" as a particular case of well-known "free rider problem" is considered on the base of finite Markov chain with the single absorbing state. The system is demonstrated to be self-adjustable to a situation when the interests of economic agents who interfere with the counterfeiter directly are being contravened