

О ЧИСЛЕННОМ РЕШЕНИИ РАДИАЛЬНО-СИММЕТРИЧНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ РАВНОВЕСИЯ В ПРОСТРАНСТВАХ РАЗЛИЧНЫХ РАЗМЕРНОСТЕЙ

Никитин А.А., Бодров А.Г.

Москва, ГСП-1, Ленинские горы, д. 1, стр. 52, факультет ВМК

Рассмотрим задачу о численном нахождении стационарных точек интегродифференциальной системы

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial t} N = (b - d)N - d' \int_{\mathbb{R}^n} \omega(\xi) C(\xi) d\xi \\ \frac{\partial}{\partial t} C(\xi) = N b m(\xi) + b \int_{\mathbb{R}^n} m(\xi') C(\xi + \xi') d\xi' - d C(\xi) - d' \omega(\xi) C(\xi) - \\ \qquad \qquad \qquad - \frac{d'}{N} \int_{\mathbb{R}^n} \omega(\xi') T(N, C, \xi, \xi') d\xi'. \end{array} \right. \quad (1)$$

Данная система предложена У.Дикманом и Р.Лоу с целью описать в приближённой форме динамику популяции, получаемую в результате некоторого стохастического процесса в пространстве.

Переменные, входящие в это уравнение, могут быть описаны следующим образом: b, d, d' - известные неотрицательные константы (рождаемость, смертность, сила конкуренции); $m(\xi), \omega(\xi)$ - известные функции, являющиеся плотностями вероятности (рождаемости и конкуренции); Неизвестная функция $N(t)$ - матожидание плотности популяции в момент времени t ; Неизвестная функция $C(t, \xi)$ - матожидание плотности пар на расстоянии ξ в момент времени t ; Заданная функция $T(N, C, \xi, \xi')$ (замыкание) - способ выразить математическое ожидание плотности троек через N и C .

Функция $T(N, C, \xi, \xi')$ выбирается из биологических соображений:

$$T(N, C, \xi, \xi') = \frac{1}{(\alpha + \gamma)N} (\alpha C(\xi)C(\xi') + \beta C(\xi)C(\xi - \xi') + \gamma C(\xi')C(\xi - \xi') - \beta N^4) \quad (2)$$

Стоит отметить, что в частном случае $\alpha = 1, \beta = \gamma = 0$ можно воспользоваться методом Нистрёма, эффективно обобщаемым на многомерный радиально-симметричный случай.

Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ для государственной поддержки молодых российских ученых - кандидатов наук МК-6108.2015.9