

# ОБ УСТОЙЧИВОСТИ РАЗНОСТНЫХ СХЕМ С НЕЛОКАЛЬНЫМИ ГРАНИЧНЫМИ УСЛОВИЯМИ.

Мокин А.Ю.

Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова,  
Факультет Вычислительной математики и кибернетики,  
каф. Вычислительных методов.  
Россия, 123098, г. Москва, ул. маршала Василевского, д.1, корп.1, кв.16.  
Контактный телефон: 8915 0574347. E-mail: MknAndrew@mail.ru.

В работе для задачи теплопроводности с нелокальным граничным условием

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, & 0 < x < 1, & t > 0, & u(x, 0) &= \varphi(x), & 0 \leq x \leq 1, \\ u(0, t) &= 0, & \frac{\partial u}{\partial x}(0, t) &= \frac{\partial u}{\partial x}(1, t) + \alpha u(1, t), & & & t > 0 \end{aligned} \quad (1)$$

рассматриваются разностные схемы с весами

$$\begin{aligned} \frac{y^{n+1} - y^n}{\tau} + \sigma Ay^{n+1} + (1 - \sigma)Ay^n &= 0, & n &= 0, 1, \dots, M - 1, \\ y^0 &= u_0(x_i), & i &= 1, 2, \dots, N, \end{aligned} \quad (2)$$

где оператор  $A$  определён равенствами

$$\begin{aligned} (Ay)_i &= -\frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{h^2}, & i &= 1, 2, \dots, N - 1, \\ (Ay)_N &= \frac{2}{h} \left[ \frac{y_N - y_{N-1}}{h} - \frac{y_1 - y_0}{h} + \alpha y_N \right], & & y_0 = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь  $\alpha$  – вещественный параметр, принимающий неотрицательные значения. Предполагается также, что по переменной  $x$  на  $[0, 1]$  введена равномерная сетка с шагом  $h = 1/N$ , по переменной  $t$  на  $[0, T]$  введена сетка с шагом  $\tau = 1/M$ . Сеточная функция  $y^n = y^n(x)$ ,  $n = 0, 1, \dots, M$  определена равенством  $y^n = y(x_i, t_n)$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ .

Разностная схема (2) при  $\alpha = 0$  исследована в [1]. В настоящей работе для каждого  $\alpha > 0$  построена сеточная энергетическая норма  $\|\cdot\|_\alpha$ , в которой схема (2) равномерно устойчива в смысле неравенства

$$\|y^{n+1}\|_\alpha \leq \|y^n\|_\alpha, \quad n = 0, 1, \dots, M - 1.$$

Получены необходимые и достаточные условия устойчивости. Доказано также, что константы эквивалентности нормы  $\|\cdot\|_\alpha$  и сеточной среднеквадратической нормы не зависят от выбора  $h > 0$ .

## Литература.

1. Гулин А.В., Ионкин Н.И., Морозова В.А. Устойчивость нелокальных разностных схем. URSS, М.2008, 318 с.