МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВНУТРЕННИХ ПРОЦЕССОВ ФИНАНСОВОГО РЫНКА

Свирилина Т.В.

Московский государственный университет прикладной биотехнологии, ф-т Автоматизации биотехнических систем, каф. Высшей математики и теоретической механики, Россия, 109316, г. Москва, ул. Талалихина, д. 33, Тел.: (495) 677-07-49, факс: (495) 677-03-23, E-mail: svirilina_tat@mail.ru

При построении модели динамического взаимодействия сегментов финансового рынка примем условия: средний уровень доходности сегментов на достаточно протяженном интервале времени будем считать одинаковым; ликвидность, риск и налоговая политика остаются неизменными на интервале моделирования.

Введем непрерывные дифференцируемые функции времени $x_1(t)$, $x_2(t)$, …, $x_n(t)$, которые в каждый момент времени принимают значения, равные объему операций на определенном сегменте финансового рынка в рублях, n – количество сегментов. Определим коэффициенты p_{ij} по формуле: $p_{ij} = \frac{2S}{\pi} arctg\left(L_i - L_j\right)$, где S – коэффициент, зависящий от ставки рефинансирования и от величины налоговых отчислений, L_i – коэффициент, характеризующий привлекательность финансового сегмента (коэффициент ликвидности). Составим матрицу $P = [p_{ij}]_1^n$. Знак коэффициента p_{ij} определяет направление перемещения фондов между секторами: при $L_i > L_j$ средства переходят из j-го сегмента в i-й. Изменение денежной массы сегмента в результате инфляции или эмиссии, а также в результате операций внутри данного сектора определяют параметры λ_i, которые численно равны относительным приращениям объемов сегментов в денежном выражении после выплаты необходимых налоговых отчислений. Тогда для описания динамики объемов сегментов финансового рынка, с учетом запаздываний, получим систему дифференциальных уравнений

$$\dot{x}(t) = A(\lambda)T_\mu x + f\left(x, T_\mu x\right), \tag{1}$$

где $x = \left(x_1, x_2, ..., x_n\right)$, $\lambda = \left(\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n\right)$, $A(\lambda) = diag\left(\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n\right)$, T_μ – оператор сдвига, действующий по закону: $T_\mu x(\cdot) = \left(x_1\left(\mu_1(\cdot)\right), x_2\left(\mu_2(\cdot)\right), ..., x_n\left(\mu_n(\cdot)\right)\right)$, $f(x, y) = diag\left(x_1, x_2, ..., x_n\right)Py$.

Поставленная задача поиска условий существования ненулевого решения двухточечной краевой периодической задачи системы (1) с периодом ω и начальным значением α сведена к проблеме разрешимости операторного уравнения $H(\lambda)\alpha + \tilde{f}(\alpha) + o\left(|z|^2\right) = 0$, в котором $H(\lambda) = \omega A(\lambda)$, $\tilde{f}(\alpha) = \omega\, diag\left(\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n\right)P\alpha$, $z = (\alpha, \lambda)$. Операторное уравнение исследовано с помощью разложения форм в степенные ряды и применения метода неподвижной точки.

В результате найдены условия, при которых исследуемая система (1) за время $t = \omega$ самопроизвольно перейдет в исходное состояние.