

ОЦЕНКИ МОНОТОННЫХ ФУНКЦИЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ В МОДЕЛИ ДОЗА-ЭФФЕКТ

Тихов М.С., Криштопенко Д.С.

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского,
факультет ВМК, кафедра Теории Статистических Решений,
Россия, г. Н. Новгород, E-mail: krisdima@mail.ru, tikhovm@mail.ru

Рассматривается модель доза-эффект в постановке, где важную роль играет функция эффективности $\mathbf{E}(W | U = x) = T(x)$, U – вводимая случайная доза, $W = I(X < U)$, X – изучаемая случайная величина. Если X и U независимы, то $T(x) = F(x) = P(X < x)$ – функция распределения, которая является монотонной функцией от $x \in R$. Однако обычно используемая классическая оценка Надарая-Ватсона на функции $T(x)$ может и не быть монотонной в случае зависимости величин X и U .

В докладе предлагаются монотонные оценки функции $F(x)$. Сначала строится оценка Надарая-Ватсона для функции $m(x) = F(x)$:

$$\hat{m}(x) = \frac{\sum_{i=1}^N W_i K_r \left(\frac{x - U_i}{h_r} \right)}{\sum_{i=1}^N K_r \left(\frac{x - U_i}{h_r} \right)}$$

по выборке (U_i, W_i) , $i = 1, 2, \dots, N$.

Далее, в качестве монотонной оценки берется статистика

$$\hat{m}_{h_d}^{-1}(t) = \frac{1}{h_d} \int_a^b \int_{-\infty}^t K_d \left(\frac{m(v) - u}{h_d} \right) dudv,$$

где предполагается, что $F(x)$ имеет компактный носитель на отрезке $[0,1]$.

Показано, что если случайные величины U_1, U_2, \dots, U_N равномерно распределены на отрезке $[0,1]$, то статистика $\hat{m}_{h_d}^{-1}(t)$ является состоятельной оценкой $m^{-1}(t) - a$. Установлена асимптотическая нормальность этих оценок. Асимптотические свойства построенных оценок сравниваются со свойствами оценок Надарая-Ватсона.

Полученные результаты используются для построения статистического теста проверки гипотезы строгой монотонности функции эффективности. Результаты исследования докладывались на 15-й Всероссийской школе-коллоквиуме по стохастическим методам.