

РОБАСТНОЕ ПОВЕДЕНИЕ СЕМЕЙСТВ k -ДИАГОНАЛЬНЫХ МАТРИЦ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ

Зеленков Г.А., Зубов Н.В.¹, Тульчий В.В.

Морская государственная академия им. Ф.Ф.Ушакова,

E-mail: mathshell@mail.ru,

¹Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН, Москва

Назовем матрицу $A \in C^{n \times n}$ принадлежащей классу (n, k) -эквивалентности по Шуру, если k ее собственных чисел находятся вне круга единичного радиуса с центром в нуле, а остальные $n - k$ - внутри этого круга (кратность учитывается).

Назовем матрицу $A \in C^{n \times n}$ k -диагональной по Шуру, если: а) она принадлежит классу (n, k) -эквивалентности по Шуру; б) k и $n - k$ ее остальных элементов на главной диагонали удовлетворяют соответственно неравенствам:

$$|a_{ii}| > 1 + \sum_{j \neq i} |a_{ij}|, \quad |a_{ii}| < 1 - \sum_{j \neq i} |a_{ij}|.$$

Покажем, как «работает» этот подход. Рассмотрим интервальное матричное семейство:

$$\tilde{A} = A_0 + \Delta, \quad \tilde{A} = (\tilde{a}_{ij}), \quad \tilde{a}_{ij} = a_{ij}^0 + \Delta_{ij}, \quad |\Delta_{ij}| \leq \gamma \alpha_{ij}, \quad \gamma > 0, \quad \alpha_{ij} \geq 0 \quad i, j = \overline{1, n}, \quad \sum_{i, j} \alpha_{ij} > 0.$$

Теорема. Для того, чтобы все матрицы интервального семейства \tilde{A} были k -диагональными по Шуру необходимо и достаточно, чтобы номинальная матрица A_0 была k -диагональной по Шуру и размах неопределенности γ был меньше, чем k -радиус по Шуру $\gamma_{ш, k}^*$, $\gamma_{ш, k}^* = \min_i ((1 - |a_{ii}^0|) - \sum_{j \neq i} |a_{ij}^0|) / \sum_j \alpha_{ij}$.

При $k = 0$ получим радиус сверхустойчивости по Шуру $\gamma_{ш}^* = \min_i ((1 - \|A_0\|_1) / \sum_j \alpha_{ij})$, где $\|A_0\|_1$ – строчная норма.

Если все $\alpha_{ij} \equiv 1$, то получим $\gamma_{ш, k}^* = (\min_i (1 - |a_{ii}^0| + |a_{ii}^0|) - \|A_0\|_1) / n$. При $k = 0$ последняя формула дает $\gamma_{ш}^* = (1 - \|A_0\|_1) / n$ – радиус свехустойчивости по Шуру.

Будем называть семейства матриц $A \in R^{n \times n}$ с k -диагональным преобладанием по строке и неопределенностью любого типа – робастно k -диагональными, а семейства матриц $A \in C^{n \times n}$ с k -диагональным преобладанием по Шуру и неопределенностью любого типа – робастно k -диагональными по Шуру. Таким образом, получен критерий робастной k -диагональности по Шуру семейств интервальных матриц, что при $k = 0$ дает, в частности, критерии робастной сверхустойчивости семейств интервальных матриц линейных дискретных систем управления.