

О МИНИМИЗАЦИИ ЧИСЛА УПРАВЛЯЮЩИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ В СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ

Зубов А.В., Дикусар В.В.¹, Зубов Н.В.¹

Санкт-Петербургский государственный университет

¹Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН, Москва, Вавилова, 42,
zubovnv@mail.ru

Запишем линейную стационарную управляемую систему $\dot{X} = AX + BU + F(t)$, где B постоянная матрица размера $(n \times p)$; $U = (u_1, \dots, u_p)^T$ – вектор управлений $u_i \in L_2[0, T]$, $(i = \overline{1, p})$; $F(t) \in KC[0, T]$ – кусочно-непрерывная вектор функция, определенная на интервале $[0, T]$.

Известно, что эта система будет полностью управляемой тогда и только тогда, когда выполняется критерий Калмана, т.е. среди столбцов матриц $B, AB, A^2B, \dots, A^{n-1}B$ имеется n линейно независимых.

Будем искать минимальное число управляющих воздействий, при которых замкнутая система может быть сделана полностью управляемой. Формально это означает, что при заданной матрице A необходимо найти минимальное число R линейно независимых векторов B_1, \dots, B_R , являющихся столбцами матрицы B таких, что замкнутая система $\dot{X} = AX + BU + F(t)$ будет полностью управляемой.

Будем называть характеристикой полной управляемости системы величину $R = \max_{i=\overline{1, k}} p_i$ по $i, i = \overline{1, k}$. Где p_i – число линейно независимых собственных векторов соответствующих собственному числу λ_i , $(i = \overline{1, k})$ матрицы A .

Теорема 1. Если ранг r матрицы B меньше характеристики R полной управляемости системы, то эта система не является полностью управляемой.

Теорема 2. Если характеристика полной управляемости матрицы A равна R , тогда можно выбрать R линейно независимых векторов B_1, \dots, B_R , являющихся столбцами матрицы B так, что система будет полностью управляемой.

Замечание. Если характеристический многочлен матрицы A совпадает с его минимальным многочленом, то характеристика полной управляемости для этой системы равна единице и, следовательно, система может быть сделана полностью управляемой с помощью скалярного управления.

Таким образом, полученный результат позволяет минимизировать системы управления на этапе их конструирования и выбирать параметры системы управления (векторы B_1, \dots, B_R) оптимальными по тому или иному критерию качества.