

# МЕТОД РЕГУЛЯРИЗАЦИИ НА ОСНОВЕ РАСШИРЕННЫХ СИСТЕМ С ВЫБОРОМ ПАРАМЕТРА РЕГУЛЯРИЗАЦИИ ПО L-КРИВОЙ

Первова Т.Г.

Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика  
С.П. Королева, кафедра прикладной математики,  
Россия, 443086, г. Самара, Московское шоссе, 34. Т. (846) 332-56-07,  
E-mail: [partan2000@mail.ru](mailto:partan2000@mail.ru)

Рассмотрим систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)  $Ax = b$ , где  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$  - матрица неполного ранга,  $b \in \mathbb{R}^m$ ,  $x \in \mathbb{R}^n$ , которая задается приближенными данными  $\tilde{d} = \{\tilde{A}, \tilde{b}\}$  такими, что  $\|\tilde{A} - A\| \leq h$ ,  $\|\tilde{b} - b\| \leq \delta$ . СЛАУ неполного ранга, в которой точная матрица коэффициентов представлена приближенными данными, является некорректно поставленной (по Адамару) задачей.

В [1] показано, что данная система преобразуется к эквивалентной совместной расширенной системе с симметричной матрицей

$$\tilde{G}z = \tilde{f}, \text{ где } \tilde{G} = \begin{pmatrix} E_m & \tilde{A} \\ \tilde{A}^T & 0 \end{pmatrix}, \tilde{f} = \begin{pmatrix} \tilde{b} \\ 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{m+n}, z = \begin{pmatrix} \tilde{r}^T \\ x^T \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{m+n}.$$

Для решения расширенной системы применялся метод регуляризации Тихонова. Для определения оптимального значения параметра регуляризации был использован метод так называемой L-кривой [2]. Суть данного метода состоит в вычислении для набора значений параметра регуляризации  $\alpha$  кривизны линии в координатах  $(\log\|\tilde{G}z_\alpha - \tilde{f}\|, \log\|z_\alpha\|)$  и поиску точки с максимальной кривизной. Построенный для случая дискретной некорректной задачи в логарифмических координатах график приобретает характерную L-образную форму с ясно выраженным углом, разделяющим вертикальную и горизонтальную части кривой. Одним из важных свойств L-кривой является тот факт, что оптимальное значение параметра регуляризации всегда находится вблизи угла кривой, по положению которого можно найти регуляризованное решение с наилучшим балансом между нормой невязки и нормой решения.

В докладе приведены результаты исследования данного метода на решении серии тестовых задач. Показано, что такой выбор параметра регуляризации обеспечивает для регуляризованных решений ошибку уклонения  $O(h + \delta)$ .

## Литература

1. Жданов А.И. Регуляризация неустойчивых конечномерных линейных задач на основе расширенных систем // ЖВМиМФ, Т.45, № 11, 2005. Стр. 1918 – 1926.
2. Hansen P.C. Regularization Tools. A Matlab Package for Analysis and Solution of Discrete Ill-Posed Problems // Numerical Algorithm, V. 6, 1994. P. 1-35.