

ОБ ОЦЕНКАХ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНЫХ СУММ, СВЯЗАННЫХ С РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ЦЕЛЫХ ТОЧЕК В ТРЕХМЕРНЫХ ОБЛАСТЯХ

Архипова Л.Г.

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова механико-математический ф-т, каф. Математического анализа, Россия, 119992, г. Москва, Ленинские горы 1. Тел.:(495)939-18-01

При оценке остатков в проблеме шара и задаче о среднем значении числа классов дивизоров мнимых квадратичных полей возникает вопрос об оценках тригонометрических сумм S типа

$$S = \sum_{v \leq k, m, n, \leq 2v} e^{2\pi i a \sqrt{k^2 + m^2 + n^2}},$$

где $a \rightarrow +\infty$, $v \ll a^{2/3}$.

Наилучшая оценка таких сумм была получена И.М. Виноградовым в работе [1]. Она имела вид

$$S \ll a^{\frac{5}{3} + \varepsilon}.$$

Это неравенство даёт возможность оценить остаточный член $R(a)$ в проблеме шара как

$$R(a) \ll a^{\frac{4}{3} + \varepsilon}.$$

Нами предложен метод, позволяющий получить оценку

$$S \ll a^{\frac{5}{3} - \delta + \varepsilon}, \quad \text{где } \delta = \frac{1}{45}.$$

Это соответствует новой оценке остаточного члена $R(a)$ в проблеме шара вида

$$R(a) \ll a^{\frac{59}{45} + \varepsilon}.$$

Литература.

1. Виноградов И.М. Особые варианты метода тригонометрических сумм. - М.: Наука, 1976, 33стр.