Некоторые применения теории возмущений в дробном исчислении

Алероева Х.Т.

Московский Технический Университет Связи и Информатики

Кехарсаева Э.Р.

Институт Сервиса (г.Москва)(филиал) ФГОУВПО "РГУТиС"

Продолжим спектральный анализ операторов вида

$$A_\varepsilon u(x) = \frac{1}{\Gamma(\rho^{-1})}\int\limits_0^x (x-t)^{1+\varepsilon}u(t)dt -$$

$$-\frac{1}{\Gamma(\rho^{-1})}\int\limits_0^1 x^{1+\varepsilon}(1-t)^{1+\varepsilon}u(t)dt$$

$$(\varepsilon > 0)$$

Этот оператор исследован методами теории возмущений. Получены следующие теоремы.

Теорема 1. Имеет место представление

$$A_\varepsilon u = A + \varepsilon A_1 + \varepsilon^2 A_2 + ... + \varepsilon^n A_n + ...$$

$$(\varepsilon > 0)$$

где

$$Au = \int\limits_0^x (x-t)u(t)dt - \int\limits_0^1 x(1-t)u(t)dt,$$

$$A_n u = \frac{1}{n!}[\int\limits_0^x (x-t)[\ln(x-t)]^n dt - \int\limits_0^1 x(1-t)[\ln(x-t)]^n dt]$$

операторы со степеннологарифмическими ядрами.

Теорема 2. Все собственные значения $\lambda_n(\varepsilon)$ оператора A_ε вещественны.

Теорема 3. Для собственных значений $\lambda_n(\varepsilon)$ и собственных функций $\varphi_n(\varepsilon)$ оператора A_ε имеют место оценки

$$|\lambda_n(\varepsilon) - \pi n^2| < \frac{\pi(2n-1)}{2}$$

$$|\varphi_n(\varepsilon) - \sin nx| < \frac{1}{2}$$