КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ ОДНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ПЕРВОГО ПОРЯДКА С ОТКЛОНЯЮЩИМСЯ АРГУМЕНТОМ

Садыбеков М.А., Сарсенби А.М.

Южно-Казахстанский государственный университет им. М.Ауезова, Казахстан, г. Шымкент, пр. Тауке-хана 5, E-mail: abzhahan @ mail.ru

Следуя Т. Като [1. С. 520] можно рассмотреть обобщенную спектральную задачу $Au = \lambda Su$, где A и S линейные операторы в гильбертовом пространстве $L_2(-1,1)$. Если оператор S определить равенством $(Sf)(x) = f(-x)$ для всех функций $f(x) \in L_2(-1,1)$, то получим следующую спектральную задачу $Au = \lambda u(-x)$. В случае когда

$$A = \frac{d}{dx},$$

получим дифференциальное уравнение первого порядка с отклоняющимся аргументом

$$u'(x) = \lambda\ u(-x), \quad -1 < x < 1.$$

Или что то же самое

$$u'(-x) = \lambda\ u(x), \qquad -1 < x < 1,$$

поскольку $S^2 = I$.

Рассмотрим следующую спектральную задачу:

$$u'(x) = \lambda u(-x), \quad -1 < x < 1; \tag{1}$$

$$u(-1) = \alpha u(1), \tag{2}$$

где λ – спектральный параметр, α – произвольное комплексное число.

Основные результаты настоящей заметки сформулируем в виде следующих трех теорем.

Теорема 1 (критерий вольтерровости). Любая корректная краевая задача вида (1), (2) вольтеррова тогда и только тогда, когда $\alpha^2 = -1$.

Заметим, что спектральная задача (1), (2) корректна при $\alpha \neq 1$.

Теорема 2 (критерий самосопряженности). Любая корректная краевая задача вида (1), (2) самосопряженна тогда и только тогда, когда α – действительное число.

Теорема 3. При $\alpha^2 \neq -1$ система собственных и присоединенных функций спектральной задачи (1), (2) образует базис Рисса.

Из этих теорем вытекает следующее важное следствие.

Следствие. Спектральная задача (1), (2) либо вольтеррова, либо система собственных и присоединенных функций этой задачи образует базис Рисса.

ЛИТЕРАТУРА.

1. Като Т. Теория возмущений линейных операторов.- М.: Мир, 1972, 740с.