О ПРОБЛЕМЕ МОМЕНТОВ ДЛЯ СОСРЕДОТОЧЕННЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Сулейменов К., Абдулина Л.К, Абдулина П.К.

Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева,
мех-матем факультет, каф. Математическое и компьютерное моделирование,
Республика Казахстан, 010008, г. Астана, ул. Кажимукана 13, каб. 206
Тел.: 8 (7172) 709-500 (коммутатор), вн.33-214
E-mail: kenessary@mail.ru

Постановка задачи: Рассматривается задача о восстановлении управления $u = u(t)$ применением минимизации функционала [1]

$$J(u) = |x(T,u) - y|^2 \to \inf \ , \tag{1}$$

на решениях $x(t,u) = x(t)$ уравнения

$$\dot{x} = A(t)x(t) + B(t)u(t) + f(t),\ t_0 < t < T,\ x(t_0) = x_0, \tag{2}$$

$u = u(t) \in L_2^r(t_0, T)$, Здесь $A(t)$ матрица порядка n с элементами из $L_\infty(t_0, T)$, $B(t)$ матрица $n \times r$ $(r < n)$ с элементами из $L_\infty(t_0, T)$, t_0, T - моменты времени; $y \in E^n$.

Для изучения (1) и (2), введем вспомогательную систему

$$\dot{p} + [A(t)]^T p = 0,\ t_0 \le t \le T, \tag{3}$$

множество всех ее решений обозначим через P.

Теорема 1. Для того, чтобы имело место равенство $x(T,u) - y = \psi$ при $p(t) \in P$, необходимо и достаточно, чтобы

$$\left\langle u, [B(t)]^T p(t) \right\rangle_{L_2^r(t_0,T)} - \langle \psi, p(T) \rangle_{E^n} = \langle y, p(T) \rangle_{E^n} - \langle x(t_0), p(t_0) \rangle_{E^n} - \langle f, p \rangle_{L_2^n(t_0,T)}.$$

Теорема 2. Восстановление управления $u = u(t)$ проводится посредством решений систем однородных уравнений (3) в виде

$$u(t) = \int_{t_0}^{t} \delta \cdot [B(t)]^T p(t) dt, \qquad \left\langle u, [B(t)]^T p(t) \right\rangle_{L_2^r(t_0,T)} = \delta .$$

В некоторых обратных задачах, при восстановлении $u = u(t) \in L_2^r(t_0, T)$, может быть применен обобщенный метод моментов (см., напр., в [2]).

Литература

1. Васильев Ф.П., ИшмухаметовА.З., ПотаповМ.М. Обобщенный метод моментов в задачах оптимального управления, М.: Изд-во Моск.ун-та, 1989, 142 с.
2. Авдонин С.А., Белишев М.И., Иванов С.А. Граничное управление и матричная обратная задача для уравнения $u_{tt} - u_{xx} + V(x) = 0$, Матем. Сб., 1991, том 182, номер 3, 307 331.