

# О МОДЕЛИРОВАНИИ СТОХАСТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ С ПЕРЕКЛЮЧЕНИЕМ РЕЖИМОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МАРКОВСКИХ ЦЕПЕЙ

Каплунов С.В.

ГОУ ВПО МГТУ «СТАНКИН», Россия, 127994, Москва, Вадковский пер., дом. 3а,  
+7(499)972-95-20, heavy\_s@mail.ru

В работе исследуется подход моделирования стохастических процессов с переключением режима по параметрам. Классические модели GARCH не позволяют моделировать время появления скачков. Для устранения этого недостатка предлагается использовать GARCH модель с переключениями режима по параметрам (Regime-switching GARCH, RS-GARCH), где каждому режиму соответствуют свои значения параметров модели. Впервые данный подход был описан в работе [1].

Для каждого момента времени  $t$  определяется ненаблюдаемая переменная состояния  $s_t \in \{1, 2, \dots, n\}$ , которая выбирает параметры модели с некоторой вероятностью  $p_{jt} = P(s_t = j | \Omega_{t-1})$ , где  $\Omega_{t-1}$  информация доступная на момент времени  $t$ , включающая в себя  $y_t = (y_t, \sigma_t, \dots, y_1, \sigma_1)$ . Таким образом, модель RS-GARCH имеет вид:

$$\begin{aligned} y_t &= \mu_{s_t} + \varepsilon_t = \mu_{s_t} + \sigma_t u_t, \quad u_t \sim N(0, 1) \\ \sigma_t^2 &= \alpha_{s_t} + \beta_{s_t} \sigma_{t-1}^2 + \gamma_{s_t} \varepsilon_{t-1}^2 \\ p_{jt} &= P(s_t = j | \Omega_{t-1}) = p_{jt}(y_{t-1}^2), \quad j = 1, 2, \dots, n, \end{aligned} \quad (1)$$

где функция  $p_{jt}(\cdot)$  может быть логистической или экспоненциальной и зависит от параметров, не определенных на данном этапе. Но в таком виде модель аналитически неразрешима, поэтому невозможно строго доказать условия стационарности и существования моментов [1]. Для описания модели как марковской цепи, требуется её эргодичность и существование конечных моментов, для чего на модель нужно наложить следующие дополнительные условия:

1.  $\beta_j > 0$  и  $\gamma_j > 0$  для  $j = 1, 2, \dots, n$
2.  $p_{1t}(y_{t-1}^2) > 0$  и  $p_{1t}(y_{t-1}^2) \rightarrow 0$ , при  $y_{t-1}^2 \rightarrow \infty$  для всех  $t$
3.  $\beta_1 + \gamma_1 < 1$

Проведены вычислительные эксперименты на симулированных данных, с помощью алгоритма Витерби получены оценки параметров модели (1).

## Литература

1. Gray, S. "Modeling the conditional distribution of interest rates as a regimeswitching process," *Journal of Financial Economics*, 42, 1996, 27–62.