

ВАРИАЦИОННЫЙ ПРИНЦИП ДЛЯ СПЛОШНЫХ СРЕД, ОБЛАДАЮЩИХ ПАМЯТЬЮ ФОРМЫ, ПРИ ИЗМЕНЯЮЩИХСЯ ВНЕШНИХ СИЛАХ И ТЕМПЕРАТУРЕ

Грачев В.А., Найштут Ю.С.

Самарский государственный технический университет, Факультет промышленного и гражданского строительства, кафедра Металлических и деревянных конструкций, Россия, 443001, г. Самара, ул. Молодогвардейская 194, Тел.: (846)339-14-94, E-mail: neustadt99@mail.ru

Сплавы типа нитинола, механическое поведение которых интенсивно изучается в последние десятилетия [1], отличаются от большинства металлов тем, что после пластического деформирования силами и последующего нагревания способны восстанавливать первоначальную форму. Анализ напряженно-деформированного состояния сплавов с памятью формы, производится на основе физических моделей, в которых под действием внешних сил и температуры происходят мартенситно-аустенитные фазовые превращения. Следует отметить, что объяснение фазовых превращений требует привлечения дополнительных предположений при постановке задачи деформирования сплошной среды. В то же время деформирование тел из материалов с памятью формы отличается следующей особенностью: необратимое изменение формы образцов после приложения и снятия нагрузки полностью восстанавливается, если образцы нагревать при определенной температуре. Феноменологически "прямая и обратная" деформации протекают одинаково с точностью до знака. Поскольку деформирование силами порождает пластическую деформацию, возникает вопрос объяснить "обратную" деформацию на основе теории пластичности, не вникая в фазовые превращения. Этой цели посвящена предлагаемая работа.

Формулируется и доказывается вариационный принцип типа Э. Рейсснера [2] о существовании седловой точки функции Лагранжа, определяемой для обобщенных скоростей деформаций и напряжений, заданных в четырехмерном пространстве-времени

$$L(\sigma_{ij}, u_i) = \frac{1}{2} \int_{D \times [0, t]} (E_{ijkl}^{-1} \dot{\sigma}_{ij} \dot{\sigma}_{kl} + c \dot{\sigma}_{ij} \delta_{ij} \dot{T}) dV + \int_{D \times [0, t]} (\dot{\sigma}_{ij}^0 \varepsilon_{ij} - \dot{\sigma}_{ij} \varepsilon_{ij}) dV, \quad dV = dx_1 dx_2 dx_3 dt \quad (1)$$

Дополнительные ограничения связаны с первым и вторым началами термодинамики. Принцип (1) является развитием двух минимальных принципов теории пластичности: для поля скоростей деформации и поля скоростей напряжений. Подробное объяснение входящих в (1) функций содержится в препринте авторов [3].

Ключевые слова: вариационный принцип, память формы, сплошная среда.

Литература

1. Bonetti, E., Colli P., Fabrizio, M., Gilardi G. Existence of Solutions for a Mathematical Model Related to Solid-Solid Phase Transitions in Shape Memory Alloys // Archive for Rational Mechanics and Analysis, 2016 : 219, Issue 1, 203-254.
2. Reissner, E. On mixed variational formulations in finite elasticity // International Journal of Solids and Structures, 1965:1, 93-95.
3. Grachev V., Neustadt Yu. Variational principle for shape memory alloys, 2018: <https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1807/1807.03153.pdf> -13pages