

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ COVID-19 В ОТКРЫТЫХ СИСТЕМАХ

Куркина Е.С., Зинченко Д.И., Кольцова Э.М.

РХТУ им. Д.И. Менделеева, РФ, 125047, Москва, Миусская площадь, д. 9,
89852779212, zinchenko789@yandex.ru

В докладе анализируются используемые ранее для описания распространения эпидемий математические модели. Выбирается дискретная модель Ферхюльста:

$$y_{n+1} = \alpha y_n (1 - y_n/N), \quad y_1 = y_0 - \text{задано.} \quad (1)$$

где y_n – общее число рассматриваемых случаев в n -й день; y_1 – начальное число случаев; α – параметр, характеризующий скорость роста популяции; N – емкость популяции. При этом к концу эпидемии общее число заболевших выходит на стационарное значение:

$$\bar{y} = \left(\frac{\alpha-1}{\alpha}\right) \cdot N; \quad y_n \rightarrow \bar{y}, \quad \text{при } n \rightarrow \infty \quad (2)$$

Для проведения расчетов модель приводится к безразмерному виду:

$$x_{n+1} = \alpha x_n (1 - x_n), \quad 0 < x_n \leq 1, \quad x_n = y_n/N, \quad x_0 = y_0/N, \quad (3)$$

Для каждой выбранной системы имеются несколько рядов статистических данных: для инфицированных вирусом, выздоровевших, умерших, болеющих в текущий момент (активных). Смерть или выздоровление являются исходами заражения инфекцией. Зараженный находится в «инкубационном периоде». Поэтому рост кумулятивного числа смертей и выздоровлений описывается тем же дискретным уравнением, только со своими параметрами. Для значений емкостей также должно выполняться соотношение:

$$N = N_d + N_r \quad (4)$$

Для каждого ряда статистических данных отдельно проводятся расчеты с использованием уравнений (5). После рассчитывается число активных случаев q_n по формуле (6) и сравнивается со статистическими данными.

$$u_{n+1} = r u_n (1 - u_n/N_r) - \text{случаи выздоровления в } n+1\text{-ый день;} \quad (5)$$

$$v_{n+1} = d v_n (1 - v_n/N_d) - \text{смертельные случаи в } n+1\text{-ый день.}$$

$$q_n = y_n - v_n - u_n, \quad n = 1, 2, \dots \quad (6)$$

Для расчета распространения инфекции в виде нескольких волн для каждой волны используется несколько уравнений вида (3) со своей емкостью $N^{(i)}$, набором показателей $\alpha^{(i)}$, началом отсчета времени $t_0^{(i)}$ и начальным значением заболевших $x_0^{(i)}$, i – номер волны. Новая волна начинается, когда расчетные данные начинают отставать от статистических.

$$x_{n+1}^{(i)} = \alpha^{(i)} x_n^{(i)} (1 - x_n^{(i)}), \quad x_0^{(i)} = \frac{y_0^{(i)}}{N^{(i)}}, \quad i = 1..M. \quad (7)$$

В докладе были представлены расчеты по модели для Мира, Великобритании и Москвы. Для текущей волны в Москве был сделан прогноз.

Литература

1. Е.С. Куркина, Е.М. Кольцова. Математическое моделирование распространения волн эпидемии коронавируса COVID-19 в разных странах мира // Прикладная математика и информатика: Труды факультета ВМК МГУ им. М.В. Ломоносова. – М.: МАКС Пресс, 2021. № 66, С. 46-79.