

СЕТОЧНО-ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКАЯ РАЗНОСТНАЯ СХЕМА ДЛЯ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ХОПФА НА ОСНОВЕ ДВУХ РАЗЛИЧНЫХ ДИВЕРГЕНТНЫХ ФОРМ

Карпов В.Е., Лобанов А.И.

Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), Россия, 141701, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9

Построено новое двухпараметрическое семейство разностных схем для численного решения уравнения Хопфа.

Исходная задача заменялась задачей для системы двух дифференциальных уравнений на основе различных дивергентных форм уравнения Хопфа. Поточные члены выражались в виде линейных комбинаций переменных, входящих в разные дивергентные формы. В отличие от большинства работ, использующих методы неопределенных коэффициентов для построения разностных схем, при таком подходе неопределенные коэффициенты возникают при формулировке дифференциальной задачи. Система уравнений сохраняет гиперболический тип при любых значениях параметров.

Для численной реализации за основу выбрана известная сеточно-характеристическая схема в инвариантах Римана, которая в случае линейного уравнения с постоянными коэффициентами переходит в схему Лакса-Вендроффа.

Проведены расчеты двух тестовых задач – об эволюции гладкого начального условия и формировании разрывного решения и о распространении «ударной волны». По результатам тестовых расчетов подобраны коэффициенты экстраполяции, позволяющие получить хорошее согласие с точным решением.

Исследовался апостериорный порядок сходимости к предельной функции для разрывных решений. При удачно подобранных коэффициентах экстраполяции он незначительно превышает 1 в момент градиентной катастрофы. При распространении сильного разрыва на больших временах порядок сходимости падает до 0.76.

Остается открытым вопрос о постановке оптимизационной задачи, позволяющей выбирать коэффициенты экстраполяции наилучшим образом, возможно, в зависимости от локальных свойств решения. Также открытым пока остается вопрос о создании гибридных разностных схем с переменными коэффициентами экстраполяции в зависимости от гладкости решения.