ОБЛАСТИ ОТРИЦАТЕЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ФУНКЦИИ ВИГНЕРА И ПОЛЮСА ФУНКЦИИ ЭНЕРГИИ ПОЛИНОМИАЛЬНОГО ОСЦИЛЛЯТОРА

Перепёлкин Е.Е., Полякова Р.В.[1], Бурлаков Е.В., Афонин П.В.

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Физический факультет, Москва, 119991, Россия, pevgeny@mail.ru, ev.burlakov@physics.msu.ru, afonin.pv19@physics.msu.ru

[1]Объединенный институт ядерных исследований, Московская область, Москва, 141980, Россия, polykovarv@mail.ru

С развитием техники квантовых вычислений, квантовой связи, криптографии и квантовой информатики становится востребованным математический аппарат функции Вигнера. Функция Вигнера используется как функция квази-вероятностей при описании квантовой системы в фазовом пространстве. Квантовой особенностью функции Вигнера является наличие у нее отрицательных значений в фазовой области. Для простейшей системы – квантовый гармонический осциллятор, выражение для функции Вигнера известно в явном виде. Цель данного исследования — построить выражения для средних энергий с помощью метода нахождения матрицы плотности, и показать наличие полюсов функции энергии в областях, где функция Вигнера принимает отрицательные значения, тем самым обобщив результат, полученный для гармонического осциллятора. Для достижения поставленной цели решаются следующие задачи: доказываются теоремы о виде явных выражений для средних кинематических величин, строятся выражения для средних энергии, используя представления для функции Вигнера через оператор Вейля в базисе гармонического осциллятора, полученное в [1].

$$I_{n,k}^{\ell}(x)=\frac{(m\hbar\omega)^{l+\frac{1}{2}}}{\hbar\sqrt{\pi}}\begin{cases}\sqrt{\dfrac{2^{3\max(n,k)-\min(n,k)}}{n!k!}}\,|n-k|\sum\limits_{\lambda=0}^{\min(n,k)}\sum\limits_{s=0}^{[|n-k|/2]}\sum\limits_{\mu=0}^{\min(n,k)-\lambda+s}C_{\min(n,k)-\lambda+s}^{\mu}\times\\ \times\dfrac{(-1)^{\lambda+s}\lambda!|2(\ell+\mu)-1|!!}{2^{\lambda+2s+\ell+\mu+1}s}C_k^{\lambda}C_n^{\lambda}C_{|n-k|-s-1}^{s-1}\bar{x}^{n+k-2(\lambda+\mu)}e^{-\bar{x}^2},if\ \mathrm{n}\neq k\\ \sum\limits_{\lambda=0}^{n}\sum\limits_{s=0}^{\lambda}\dfrac{(-1)^{\lambda+n}}{\lambda!}2^{\lambda-\ell-s}C_n^{\lambda}C_{\lambda}^{s}\,|2(\ell+s)-1|!!\,\bar{x}^{-2(\lambda-s)}e^{-\bar{x}^2},if\ \mathrm{n}=k\end{cases}\tag{1}$$

где $\mathrm{C}_n^k -$ число сочетаний и $\frac{1}{s}C_{|n-k|-(s+1)}^{s-1}\Big|_{s=0}=\frac{1}{|n-k|};\bar{x}=kx$

$$<\varepsilon_N>_{s,x}(x)=\frac{1}{2m}\frac{\sum\limits_{n,k=0}^{+\infty}\rho_{k,n}^{(s)}I_{n,k}^{\ell}(x)}{\sum\limits_{n,k=0}^{+\infty}\rho_{k,n}^{(s)}I_{n,k}^{0}(x)}+U_N(x),\ \text{где }\rho-\text{матрица плотности}\tag{2}$$

Литература

1. *Perepelkin E.E., Sadovnikov B.I., Inozemtseva N.G., Burlakov E.V., Explicit form for the kernel operator matrix elements in eigenfunction basis of harmonic oscillator, Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment, 2020, №. 023109*