

ИНТЕРПОЛИРОВАНИЕ ЕСТЕСТВЕННЫМ КУБИЧЕСКИМ СПЛАЙНОМ

Заречнев В.А.

Кировский государственный медицинский университет,
кафедра физики и медицинской информатики
Россия, 610998, г. Киров, ул. К. Маркса, д. 112, 8-953-693-89-66, zarechnev_v@mail.ru

Кубическим интерполяционным сплайном называется функция $P_3(x)$, определенная на отрезке $[x_1, x_n]$, проходящая через точки (x_i, y_i) , называемые узлами интерполирования, дважды дифференцируемая, представляющая на каждом отрезке (x_{i-1}, x_i) $i = 2 \div n$ элемент кубической параболы [1]. Значение $s_i = P_3'(x_i)$ называется наклоном сплайна в точке x_i . Чтобы выполнялось условие непрерывности в точках x_i “стыка” многочленов, приравняем значения вторых производных $P_{3,i}''(x_i) = P_{3,i+1}''(x_i)$, где $i = 2, \dots, n-1$. Зададим еще два краевых условия $P''(x_1) = 0; P''(x_n) = 0$, которые определяют так называемый естественный кубический сплайн. Указанные краевые условия дают еще два необходимых уравнения для однозначного определения неизвестных s_i .

Располагая их соответственно первым и последним, получаем систему уравнений с трехдиагональной матрицей

$$\begin{cases} 4h_2s_1 + 2h_2s_2 = 6(y_2 - y_1) \\ h_i^{-1}s_{i-1} + 2(h_i^{-1} + h_{i+1}^{-1})s_i + h_{i+1}^{-1}s_{i+1} = 3[h_i^{-2}(y_i - y_{i-1}) + h_{i+1}^{-2}(y_{i+1} - y_i)] \\ 2h_n s_{n-1} + 4h_n s_n = 6(y_n - y_{n-1}), \end{cases}$$

где $h_i = x_i - x_{i-1}$.

Из системы нам необходимо найти значения s_i . Заметим, что сплайн в [1] выражен в неявной форме, от которой автор [2] приходит к выражению коэффициентов a_0, a_1, a_2, a_3 . для привычной формы кубического полинома $P_{3,i}(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$, коэффициенты которого выражаются через абсциссу и ординату соответствующих узлов и их первых производных, найденных из системы уравнений с трехдиагональной матрицей. Для каждого интервала программа вычисляет эти коэффициенты, что в дальнейшем позволит легко выполнить расчет уже непосредственно в Excel и проверить правильность конечных результатов.

Литература

1. Амосов А.А., Дубинский, Н. В. Копченова Н. В. Вычислительные методы для инженеров”. М., 1994. – 335 с.,
2. Заречнев В.А. Прогнозирование на компьютере. Методы, алгоритмы, реализация. Учеб. пособие. – Киров, “Старая Вятка”, 2004. – 134 с.