

КВАЗИКЛАССИЧЕСКИЙ ФОРМАЛИЗМ ДЛЯ ОДНОМЕРНОГО УРАВНЕНИЯ ФИШЕРА – КОЛМОГОВОРА С НЕЛОКАЛЬНОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ

Трифонов А.Ю., Шаповалов А.В.¹

Томский политехнический университет, факультет ЕНМ, каф. ВВМФ,
Россия, 634050, Томск, пр.Ленина 30,
Тел.: (3822) 418917,
E-mail: trifonov@mph.phtd.tpu.edu.ru

¹Томский Государственный университет, физический ф-т, каф. теоретической физики,
Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина 36,
Тел.: (3822) 529843,
E-mail: shpv@phys.tsu.ru

Развит формализм квазиклассических асимптотик для одномерного уравнения типа Фишера–Колмогорова с нелокальной нелинейностью:

$$\begin{aligned} \partial_t u(x,t) = D\partial_{xx}u(x,t) + a(x,t)u(x,t) + \partial_x [V_x(x,t)u(x,t) + \\ + \kappa u(x,t) \int_{-\infty}^{\infty} W_x(x,y,t)u(y,t)dy] - \kappa u(x,t) \int_{-\infty}^{\infty} b(x,y,t)u(y,t)dy. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь x – пространственная координата, t – время, $a(x,t)$, $b(x,y,t)$, $V(x,t)$ и $W(x,y,t)$ – заданные бесконечно гладкие функции, растущие при $|x|, |y| \rightarrow \infty$ не быстрее, чем полином; $\kappa (> 0)$ – вещественный параметр нелинейности; $V_x(x,t) = \partial V(x,t)/\partial x$, $W_x(x,y,t) = \partial W(x,t)/\partial x$. Коэффициент диффузии D выбран в качестве малого асимптотического параметра. Асимптотические решения строятся в классе \mathcal{P}_t^D функций, сосредоточенных при $D \rightarrow 0$ в окрестности точки, движущейся вдоль кривой, заданной уравнением $x = X(t)$. Решения в классе \mathcal{P}_t^D названы траекторно сосредоточенными. Уравнение (1) описывает динамику роста популяции микроорганизмов и обобщает известное уравнение Фишера-Колмогорова-Петровского-Пискунова. Оно включает нелокальный дрейф, учитывающий движение среды, в которой находится бактериальная культура.

Развитый в работе формализм позволил найти в явном виде семейство частных асимптотических решений, а также построить оператор эволюции. Функции из найденного набора частных решений пространственно неоднородны, что представляет интерес в исследованиях, посвященных анализу роста популяционных структур. Оператор эволюции существенно упрощает исследование распределений плотности популяции в зависимости от начального распределения бактерий.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке АВИЦП ФАО Министерства образования и науки РФ № 2.1.1/3436, гранта Президента РФ НШ-871.2008.2, ФАНИ РФ по контракту № 02.740.11.0238.