ОБ ОДНОМ ЧИСЛЕННОМ МЕТОДЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ НАВЬЕ-СТОКСА

Виноградова П.В., Зарубин А.Г., Суэтина Ю.О.

Тихоокеанский Государственный Университет,
Факультет математического моделирования и процессов управления,
каф. Прикладная математика,
Россия, 680035, г. Хабаровск, ул. Тихоокеанская, 136,
тел.: (4212)375188, e-mail: sky_j87@mail.ru.

Пусть Ω — ограниченная односвязная область в $\mathbb{R}^2$ с гладкой границей $\partial\Omega$ и $Q = \Omega \times (0,T)$, $(T < \infty)$ — цилиндр. В цилиндре Q для нестационарных нелинейных уравнений Навье-Стокса исследуются проекционные и проекционно-разностные схемы приближенного решения:

$$\frac{\partial \mathbf{u}_n}{\partial t} - \nu P_J \Delta \mathbf{u}_n + P_n P_J (\mathbf{u}_n \cdot \nabla)\mathbf{u}_n = P_n P_J \mathbf{f},$$

$$\frac{\mathbf{u}_n^{s+1} - \mathbf{u}_n^s}{\tau} - \nu P_J \Delta \left(\frac{\mathbf{u}_n^{s+1} + \mathbf{u}_n^s}{2} \right) + P_n P_J \left(\frac{\mathbf{u}_n^{s+1} + \mathbf{u}_n^s}{2} \cdot \nabla \right) \left(\frac{\mathbf{u}_n^{s+1} + \mathbf{u}_n^s}{2} \right) = \\ = P_n P_J \mathbf{f}(x, t_{s+1/2}),$$

где P_J — ортопроектор в $L_2(\Omega)$ на замыкание множества финитных соленоидальных в Ω вектор-функций; P_n — ортопроектор в $L_2(\Omega)$ на линейную оболочку вектор-функций $\mathbf{e}_1(x), \ldots, \mathbf{e}_n(x)$, где $\mathbf{e}_j(x)$ — собственные функции оператора $-P_J\Delta$, которым отвечают собственные числа λ_j; $t_s = s\tau$, $\tau N = T$; $\mathbf{u}_n(x,t) = \sum_{s=1}^n a_s(t)\mathbf{e}_s(x)$, $\mathbf{u}_n^s(x) = \sum_{i=1}^n b_i^s \mathbf{e}_s(x)$.

Для приближенных решений $\mathbf{u}_n(x,t)$ и $\mathbf{u}_n^s(x)$ получены асимптотические оценки.

$$\sup_{0 \le t \le T} \left\| \frac{\partial \mathbf{u}_n}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \right\| \le C \lambda_{n+1}^{-1/8},$$

$$\sup_s \left\| \frac{\mathbf{u}_n^{s+1} - \mathbf{u}_n^s}{\tau} - \frac{\partial \mathbf{u}(x, t_s)}{\partial t} \right\| \le C \left(\tau^2 + \lambda_{n+1}^{-1/8} \right).$$

Первая оценка получена в предположении, что $\mathbf{f}(x,t)$ принадлежит пространству $C\left([0,T]\,; L_2(\Omega)\right)$, а вторая – в предположении, что $\mathbf{f}(x,t)$ принадлежит пространству $C^3\left([0,T]\,; L_2(\Omega)\right)$.