ОБ УСЛОВИЯХ СУЩЕСТВОВАНИЯ СЕДЛОВЫХ ТОЧЕК ФУНКЦИОНАЛОВ В БАНАХОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ ИЗМЕРИМЫХ ФУНКЦИЙ

Дементьева А.М., Дементьев С.Н., Яновский Л.П.

Воронежский государственный аграрный университет им. К.Д.Глинки,
каф. Высшей математики и теоретической механики,
Россия, 394087, г. Воронеж, ул. Мичурина, 1,
Тел.: (4732) 537-371, E-mail: mathem@agroeng.vsau.ru

Классический результат теории игр составляет известная теорема Неймана о минимаксе, которая обобщалась на случай полунепрерывных отображений Ки Фаном [1], а для непрерывных отображений в гильбертовом пространстве приведена у Балакришнана [2]. Обобщение теоремы о минимаксе в нерефлексивных пространствах было осуществлено В.Л. Левиным в [3] для весьма общего аксиоматически построенного класса банаховых пространств, включающего, в частности, пространства, рефлексивные по Накано.

Авторами предлагается теорема существования седловой точки при предположениях более слабых, чем в [3].

Теорема 1. Пусть E рефлексивное по Накано банахово фундаментальное пространство. Тогда выпуклый $\sigma\left(E, E_n^{\sim}\right)$-возрастающий, μ-полунепрерывный снизу функционал $p(x)$ достигаем минимума на всяком замкнутом по мере μ множестве $V \subset E$.

Теорема 2. Пусть X и Y рефлексивные по Накано банаховы фундаментальные пространства, вложенные в пространства $S(T_1, \Sigma_1, \mu_1)$ и $S(T_2, \Sigma_2, \mu_2)$ соответственно. Пусть функционал $p: V_x \times V_y \to R^1$ выпуклый, μ_1-полунепрерывный снизу, $\sigma\left(X, X_n^{\sim}\right)$-возрастающий по x на μ_1-замкнутом выпуклом множестве $V_x \subset X$ и вогнутый, μ_2-полунепрерывный сверху, $\sigma\left(Y, Y_n^{\sim}\right)$-убывающий по y на μ_2-замкнутом выпуклом множестве $V_y \subset Y$. Тогда функционал $p(x, y)$ имеет по крайней мере одну седловую точку, то есть точку $z \in V_x \times V_y$, $z = (x_0, y_0)$ такую, что

$$p(x_0, y) \le p(x_0, y_0) \le p(x, y_0); \quad x \in V_x,\ y \in V_y .$$

Литература.

1. Ky Fan. Fixed point and minimax theorems in locally convex topological spaces //Proc. Nat. Acad. Sci.- 1952.- V. 38. P. 121 – 126.
2. Балакришнан А.В. Прикладной функциональный анализ.- М.: Наука, 1980. 384 стр.
3. Левин В.Л. Выпуклый анализ в пространствах измеримых функций и его применение в математике и экономике.- М.: Наука, 1975. 380 стр.