

## УРАВНЕНИЯ ЛАГРАНЖА: СИММЕТРИИ, ПЕРВЫЕ ИНТЕГРАЛЫ

Яковенко Г.Н.

Яковенко Г.Н. Московский физико-технический институт, Россия, 141700, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9, кафедра теоретической механики. Тел.: (495)576-57-33, факс: (495)408-68-69. E-mail: Yakovenko\_G@mtu-net.ru

Вычисление первого интеграла уравнений Лагранжа по теореме Нётер [1, 3] (или Бессель-Хагена [2, 3]) требуется, чтобы уравнения допускали однопараметрическую группу вариационных [3] (или дивергентных [3]) симметрий. Первый интеграл порождается функцией Лагранжа и инфинитезималью: коэффициентами при первой степени в разложении уравнений группы по параметру. Первое обобщение: уравнения Лагранжа допускают однопараметрическое семейство (не обязательно группу) вариационных (или дивергентных) симметрий [4]. Доказывается, что в этом случае имеется однопараметрическое семейство первых интегралов. Семейство интегралов порождается функцией Лагранжа и правыми частями системы обыкновенных дифференциальных уравнений, решением которой является семейство симметрий. В семействе первых интегралов могут содержаться функционально независимые интегралы. Приводится пример (замкнутая консервативная система), когда однопараметрическое семейство содержит десять функционально независимых первых интегралов. Второе обобщение: уравнения Лагранжа допускают однопараметрическую группу блуждающих симметрий, которые не являются вариационными (или дивергентными) [3]. Для вычисления одного первого интеграла требуется несколько таких симметрий. В качестве примера рассмотрено плоское движение заряженной частицы в магнитном поле при наличии вязкого трения.

### Литература.

1. Noether E. Invariante Variationsprobleme. Nachr. König. Gesell. Wissen. Göttingen, Math-Phys. Kl. 1918. S. 235–257.
2. Bessel-Hagen E. Über die Erhaltungssätze der Electrodynamie // Math. Ann., 1921. Bd. 84. S. 258–276.
3. Яковенко Г.Н. Симметрии уравнений Гамильтона и Лагранжа — М.: Изд. МЗ пресс, 2006. 186 с.
4. Яковенко Г.Н. Теорема Нётер–Бессель-Хагена — концентрированный вариант // Труды IX Международной Четаевской конференции «Аналитическая механика, устойчивость движения и управление движением» (Иркутск, 12–16 июня 2007 г.), Т. 2 / Иркутск: ИДСТУ РАН СО, 2007. С. 321–326.
5. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 07-01-00217) и АВЦП РНПВШ 2009–2010 гг. (проект 2.1.1/3604).