АНАЛИТИЧЕСКИЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ ПРИ РЕШЕНИИ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Алексеева Т.Н., Лясина Е.С., Моос Е.Н.

Коломенский институт (филиал) МГОУ

Россия, 140402, Московская область, г. Коломна, ул. Октябрьской революции, д.408,
тел.:8(496)615-16-47,618-16-72, e-mail: kimgoukolomna@mail.ru

Для целей температурной устойчивости композиционных материалов современного машиностроения важны расчеты температурных полей.

Пусть задана упругая среда $0 \le x \le h_n$, $-\infty$<y<∞, состоящая из *n* слоев различных упругих материалов жестко сцепленных между собой. При *t*=0 температура в каждом слое $T_i(x, y, 0) = 0$ $(i = 1,...,n)$. Границы слоев перпендикулярны координатной оси x. В момент времени $t > 0$ $T_1(0, y, t) = f(y, t)$, $T_n(h_n, y, t) = \varphi(y, t)$; при $i = 1,..., n-1$ $T_i(h_i, y, t) = T_{i+1}(h_i, y, t)$, $k_i \left(\frac{\partial T_i(x, y, t)}{\partial x} \right)_{x=h_i} = k_{i+1} \left(\frac{\partial T_{i+1}(x, y, t)}{\partial x} \right)_{x=h_i}$, где k_i — коэффициент теплопроводности *i*-го слоя. В пределах каждого слоя при $|y| \to \infty$ $T_i(x, y, t) \to 0$, $\frac{\partial T_i(x, y, t)}{\partial y} \to 0$, $\frac{\partial T_i^2(x, y, t)}{\partial y^2} \to 0$.

На начальном этапе решения уравнения теплопроводности

$$a_i \left(\frac{\partial^2 T_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_i}{\partial y^2} \right) = \frac{\partial T_i}{\partial t},$$

где a_i — коэффициент температуропроводности *i*-го слоя, используем преобразование Лапласа и Фурье, получаем дифференциальное уравнение

$$\frac{d^2 T_i^{**}(x, \lambda, s)}{dx^2} - (\lambda^2 + \frac{s}{a_i}) T_i^{**}(x, \lambda, s) = 0,$$

решение которого имеет вид $T_i^{**}(x, \lambda, s) = C_1^{(i)} e^{-\omega_i x} + C_2^{(i)} e^{\omega_i x}$, где $\omega_i = \sqrt{\lambda^2 + \frac{s}{a_i}}$ и $T_i^{**}(x, \lambda, s)$ — преобразованная по Лапласу и Фурье функция.

В случае, например, трехслойного материала для нахождения коэффициентов $C_1^{(i)}$ и $C_2^{(i)}$ $(i = 1,2,3)$ необходимо решить систему шести линейных уравнений с шестью неизвестными. С поставленной задачей эффективно справляется программное средство Maple 8, которое позиционируется как система аналитических вычислений, в отличие от Excel и Mathcad, которые больше подходят для численных методов.