ОБОБЩЕННЫЕ УРАВНЕНИЯ ГИНЗБУРГА-ЛАНДАУ И АНАЛИЗ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ НЕУСТОЙЧИВЫХ МОД В СИСТЕМЕ РЕАКЦИЯ-ДИФФУЗИЯ С ВНЕШНИМ ЦВЕТНЫМ ШУМОМ

Курушина С.Е.

Самарский государственный аэрокосмический университет им. С.П. Королева,
Россия, 443086, г. Самара, Московское шоссе, 34. Тел.: (846)267-45-30.
E-mail: kurushina72@mail.ru

В работе развит метод, позволяющий получить систему уравнений для параметров порядка и провести ее анализ. В качестве конкретной системы реакция-диффузия рассматривается широко известная система Гирера - Майнхардта с включенными в нее мультипликативными флуктуациями параметров:

$$\frac{\partial a}{\partial t} = \rho_0(1+ f_2(\vec{r},t) + \frac{a^2}{h} - \mu_0(1+ f_1(\vec{r},t))a + \Delta a, \frac{\partial h}{\partial t} = a^2 - h^2 + D\Delta h, \qquad (1)$$

где a и h – концентрации активатора и ингибитора, ρ_0 и μ_0 - пространственно-временные средние параметров, $D=D_h/D_a$ - отношение коэффициентов диффузии ингибитора и активатора. Случайные однородные изотропные поля $f_i(\vec{r},t)$ определяют пространственно-временные флуктуации параметров системы с корреляционным тензором $\langle f_i(\vec{r},t) f_j(\vec{r}' \ ,t)\rangle = F_i(|\vec{r} - \vec{r}'|)\delta(t-\tau)\delta_{ij}$ и нулевыми средними значениями.

Дальнейшие процедуры состоят в следующем. Система (1) записывается в операторном виде, выделяется линейный оператор и нелинейная часть - вектор, содержащий квадратичные и кубические слагаемые, полученные разложением в ряд детерминированных слагаемых в правой части (1), и вектор, содержащий случайные компоненты. Далее решение системы ищется в виде разложения в ряд по собственным функциям линейного оператора. После некоторых преобразований получают систему уравнений для амплитуд. Проведя процедуру адиабатического исключения устойчивых мод, получают уравнения для амплитуд неустойчивых мод – уравнения Гинзбурга-Ландау. Усредняя полученные уравнения по ансамблю реализаций и расщепляя корреляторы, окончательно получают систему уравнений для средних амплитуд.

Анализ полученной системы уравнений показывает, что в поле флуктуаций происходит смещение стационарных состояний и изменение собственных значений мод, и, как следствие, изменение области неустойчивости задачи. Процесс образования диссипативных структур (ДС) определяется многомодовым взаимодействием. Из зависимости собственных значений λ неустойчивых мод от волнового числа k видно, что действительная часть λ пропорциональна интенсивности флуктуаций и увеличивается с возрастанием радиуса корреляций. Поэтому при наличии шума амплитуды неустойчивых мод нарастают быстрее, что ускоряет процесс разрушения однородного состояния и образования ДС. Из зависимости Re$\lambda(k)$ следует, что в докритической области при наличии шума возникает параметрическая неустойчивость. Численное моделирование эволюции системы подтверждает сделанные выводы.