О СПЕКТРАЛЬНЫХ СВОЙСТВАХ ОДНОГО НЕСАМОСОПРЯЖЁННОГО РАЗНОСТНОГО ОПЕРАТОРА.

Мокин А.Ю.

Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова,
факультет Вычислительной математики и кибернетики,
каф. вычислительных методов.
Россия, 123098, г. Москва, ул. маршала Василевского, д.1, корп.1, кв.16.
Контактный телефон: 8915 0574347. E-mail: MknAndrew@mail.ru.

В работе исследуются спектральные свойства разностных операторов, возникающих в результате аппроксимации задачи теплопроводности с нелокальным граничным условием

$$\begin{gathered}\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\Big(k(x)\frac{\partial u}{\partial x}\Big), \quad 0 < x < 1,\ t > 0, \quad u(x,0) = \varphi(x), 0 \leqslant x \leqslant 1, \\ u(0,t) = 0, \quad k(0)\frac{\partial u}{\partial x}(0,t) = k(1)\frac{\partial u}{\partial x}(1,t),\ t > 0.\end{gathered} \tag{1}$$

Схема с весами, аппроксимирующая на равномерной сетке задачу (1), может быть представлена в операторно-разностном виде

$$\frac{y^{n+1} - y^n}{\tau} + \sigma A y^{n+1} + (1-\sigma)A y^n = 0,\ n = 0,1,2,\dots, \quad y^0 = \varphi(x), \tag{2}$$

где оператор второй разностной производной A определён равенствами

$$(Ay)_i = -\big(a y_{\bar{x}}\big)_{x,i},\ i = 1,2,\dots,N-1, \quad (Ay)_N = -\frac{2}{h}\big(a_1 y_{x,0} - a_N y_{\bar{x},N}\big). \tag{3}$$

Здесь $a_i = k(x_{i-0.5}), i = 1,2,\dots,N$, $y_0 = 0$.

Основные свойства схемы (2), такие как существование и единственность решения, а также устойчивость по начальным данным, существенно зависят от спектральных характеристик оператора A. Результаты численного исследования спектра оператора A опубликованы в работе [1]. В настоящей работе в предположении $k(x) \geqslant c_0 > 0$, $0 < x < 1$ доказано, что геометрическая кратность всех собственных значений оператора A равна единице, алгебраическая кратность не превосходит двух, причём только вещественные собственные значения могут обладать двойной алгебраической кратностью. Оператор A является вырожденным. Вещественная часть собственных значений, отличных от нуля, положительная. Получены априорные оценки спектра оператора.

Литература.

1. Ионкин Н.И., Валикова Е.А. О собственных значениях и собственных функциях одной неклассической краевой задачи. // Математическое моделирование. Т.8, №1, 1996, с.53-63.