

# ЛОКАЛИЗАЦИЯ ИНВАРИАНТНЫХ КОМПАКТОВ ДИСКРЕТНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Канатников А.Н.

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана

Функциональный метод локализации инвариантных компактных множеств непрерывных динамических систем [1, 2] распространяется на дискретные динамические системы.

Пусть дискретная динамическая система задана уравнением  $x_{n+1} = F(x_n)$ , где  $F : M \rightarrow M$ ,  $M \subset \mathbb{R}^n$ , — непрерывное отображение. Подмножество  $G \subset M$  назовем положительно (отрицательно) инвариантным, если  $F(G) \subset G$  ( $F^{-1}(G) \subset G$ ). Множество, одновременно и положительно, и отрицательно инвариантное, назовем инвариантным множеством. Ставится задача определения областей в фазовом пространстве  $M$  системы, которые содержат все инвариантные (положительно инвариантные, отрицательно инвариантные) компактные множества системы. Такие области будем называть локализирующими множествами.

Методами, аналогичными функциональному методу А.П. Крищенко, исследована двумерная дискретная система Хенона [3]

$$\begin{cases} x_{n+1} = a + by_n - x_n^2; \\ y_{n+1} = x_n. \end{cases}$$

В частности, доказано, что все положительно инвариантные компактные множества системы Хенона содержатся в множестве

$$\frac{x^2 - a}{b} + \max_{0 < \lambda < b} \left( \frac{\lambda}{2b} - \frac{1}{b} \sqrt{\frac{\lambda^2}{4} + c(\lambda) + bx} \right) \leq y \leq \frac{x^2 - a}{b} + \min_{0 < \lambda < b} \left( \frac{\lambda}{2b} + \frac{1}{b} \sqrt{\frac{\lambda^2}{4} + c(\lambda) + bx} \right),$$

$$\text{где } c(\lambda) = \frac{4ab\lambda + (\lambda^2 - b)^2}{4\lambda(b - \lambda)}.$$

Работа выполнена при финансовой поддержке программы “Информационные технологии и методы анализа сложных систем” ОНИТ РАН, проект 1.10, а также РФФИ (проект №09-07-00327).

## Литература.

1. Крищенко А. П. Области существования циклов // Доклады АН СССР, 1997. – Т. 353, № 1. – С. 17–19.
2. Крищенко А. П. Локализация инвариантных компактов динамических систем // Дифференциальные уравнения, 2005. – Т. 41, № 12. – С. 1597 – 1604.
3. Странные аттракторы // Сб. работ; под ред. Я.Г. Синая и Л.П. Шильникова. – М.: Мир, 1981.