ОБ ОДНОМ НОВОМ ДИСКРЕТНОМ НЕРАВЕНСТВЕ

Ескендирова Е.В.

Жетысуский государственный университет им. И. Жансугурова, факультет математики и естествознания, кафедра математики и методики преподавания математики;
Казахстан, г. Талдыкорган, Тел.: 8-2382-25-61-12, helen_nesina@mail.ru

Разностные и суммарно-разностные неравенства как инструмент исследования в качественной теории дискретных систем применяются достаточно широко $[1]$, $[2]$. С помощью таких неравенств были исследованы некоторые общие свойства разностно-динамических систем, в частности устойчивости по Ляпунову $[3]$.

В статье получено одно неравенство типа Гроноулла, которое применяется для оценки решения нелинейных разностно-динамических систем с помощью фундаментальных решений линейного приближения.

Теорема Пусть функции U_n, g_n - непрерывны и функции a_n, b_n - суммируемы, предположим, что b_n, g_n неотрицательны на N и удовлетворяют неравенству

$$U_n \le a_n + b_n \sum_{k=n_0}^{n-1} g_k U_k \, , \; n \in N \; , \qquad (1)$$

тогда справедливо неравенство

$$U_n \le a_n + b_n \sum_{k=n_0}^{n-1} a_k g_k \prod_{s=k+1}^{n-1} [1 + b_s g_s]. \qquad (2)$$

Доказательство : Обозначим $v_n = \sum_{k=n_0}^{n-1} g_k U_k$ (3)

Зададим функцию w_n равенством $v_n = w_n \prod_{k=n_0}^{n-1} [1 + b_k g_k]$,

получим $v_n \le \sum_{k=n_0}^{n-1} a_k g_k \prod_{s=k+1}^{n-1} [1 + b_s g_s]$. Значение v_n подставим в (1), получим (2).

Литература.

1. Agarwal P. Difference Equations and Inequalities - Theory, Methods, and Applications 2nd ed, 2000 y, p. 125-130
2. Pachpatte B.G., Ames W.F. Inequalities for differential and integral equations, 1998 y, p. 95-100
3. Бопаев К.Б. Устойчивость разносно-динамических систем в критических и близко к критическим случаем (при отсутствии и наличии резонанса). Диссертация, 1997 г., стр. 228-257