

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗРУШЕНИЯ ВЯЗКОУПРУГОЙ КОНСТРУКЦИИ С ТРЕЩИНОЙ

Трегуб А.В.

МГУ леса, Россия, 141005, Московская область, г. Мытищи-5, ул. 1-я Институтская д.1,  
8(498)6873891, tregub50@mail.ru

Целью работы является анализ развития трещины в вязкоупругой конструкции. Для этого используется интеграл Черепанова-Райса. Считается, что деформирование конструкции происходит при постоянстве модуля объёмного сжатия или коэффициента Пуассона материала конструкции при произвольных ядрах ползучести и релаксации. Представим интеграл Черепанова Райса  $J$  в виде  $J = pf(2\mu, K, m(x))$ , где  $p$  – обобщенный параметр нагружения,  $f$  – исследуемая функция,  $\mu, K$  – сдвиговой модуль и модуль объёмного сжатия материала конструкции,  $m(x)$  – геометрический фактор.

В случае, когда модуль объёмного сжатия или коэффициент Пуассона материала конструкции являются величинами постоянными, при неизменном во времени  $m(x)$ ,  $J$  будет зависеть лишь от одной независимой переменной  $\mu$ . Переходя к изображениям по Лапласу-Карсону, будем иметь  $\tilde{J} = \tilde{p}\tilde{F}(\tilde{R})$ , где  $\tilde{R} = \int_0^{\infty} e^{-st} R(t) dt$  – изображение ядра релаксации.

В соответствии с методом аппроксимаций Д.Л.Быкова зависимость  $\tilde{F}$  от  $\tilde{R}$  можно получить из серии упругих расчетов, меняя для этого значение удвоенного сдвигового модуля  $2\mu$ , аналогом которого является изображение  $\tilde{R}$ . Разлагая  $\tilde{F}$  в ряд Лорана по степеням  $\tilde{R}$  и удерживая лишь несколько членов разложения, будем иметь  $\tilde{F} = \sum_{k=-m_1}^{m_1} \alpha_k \tilde{R}^k$ . Количество различных вариантов расчетов будет зависеть от числа удерживаемых слагаемых в последней формуле. Для определения неизвестных коэффициентов  $\alpha_i$  можно использовать, например, метод наименьших квадратов, позволяющий довольно точно определять неизвестные коэффициенты  $\alpha_i$ . Переходя к оригиналам, будем иметь

$$J(t) = \alpha_0 p(t) + \alpha_1 \int_0^t R(t-\tau) dp(\tau) + \alpha_{-1} \int_0^t \Pi(t-\tau) dp(\tau) + \alpha_2 \int_0^t R(t-\tau) dP_R(\tau) + \\ + \alpha_{-2} \int_0^t \Pi(t-\tau) dP_{\Pi}(\tau) + \dots, \text{ где } P_R = \int_0^t R(t-\tau) dp(\tau), \quad P_{\Pi} = \int_0^t \Pi(t-\tau) dp(\tau).$$

При получении последней формулы было учтено, что  $\tilde{R}\tilde{\Pi} = 1$ .

Приравнявая найденную критериальную величину соответствующему критическому значению, можно оценить время инициации трещины в вязкоупругой конструкции.