СХЕМА РОЗЕНБРОКА ДЛЯ ДВУМЕРНОГО НЕСТАЦИОНАРНОГО НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Коконков Н.И., Аристова Е.Н.

Институт математического моделирования РАН и
Московский физико-технический институт (Государственный университет)
Россия, 125047, Москва, Миусская пл., д. 4а, ИММ РАН,
Тел.: (909) 994-4434, E-mail: kknkoff@gmail.com

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 09-01-00728-а).

Известно, что нестационарное нелинейное уравнение теплопроводности

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \mathrm{div}(\kappa \,\mathrm{grad} T), \qquad \kappa = T^{\alpha} \tag{1}$$

обладает обобщенным автомодельным решением типа «бегущей волны» в случае одной пространственной переменной. Наличие точного решения сложной структуры делает это уравнение незаменимым при исследовании точности и монотонности различных разностных схем, применяемых для решения этого уравнения, а также ряда других уравнений более общего вида, например, уравнений квазидиффузии переноса излучения.

Основным недостатком схем высокого порядка аппроксимации является их немонотонность, что оказывается совершенно неприемлемым в задачах с решением, обладающим особенностями производной, т.е. типа «бегущей волны».

Однако среди схем второго порядка аппроксимации по времени особняком стоит схема Розенброка с комплексными коэффициентами, обладающая уникальными свойствами монотонности [1]. Эта схема была исследована для ряда одномерных задач [2], а также был предложен ее итерационный вариант [3]. В данной работе эта схема применяется для численного решения двумерной задачи теплопроводности. Сохранение свойств монотонности требует точного обращения матриц типа матриц Якоби, для этого в работе используется метод Гаусса для обращения матриц с ленточной структурой, для которых время требуемых операций метода Гаусса существенно меньше, чем для плотных матриц, и пропорционально произведению квадрата ширины ленты и размерности матрицы. Получены результаты численных расчетов для различных степеней нелинейности α.

Литература

1. *Rosenbrock H.H.* Some general implicit processes for the numerical solution of differential equations // Computer Journal, V. 5, №4, 1963, pp. 329-330.
2. *Калиткин Н.Н.* Полуявные схемы для задач большой жесткости. ЭНТП, Серия Б, T.VII-1, ч.1, под ред. Ю.П.Попова, М.: Янус-К, 2008, с. 153-171.
3. *Анистратов Д.Ю., Гольдин В.Я.* Двухстадийная схема с комплексными коэффициентами для систем нелинейных ОДУ первого порядка // Математическое моделирование, т. 4, № 2, 1992, с. 45-50.