

НЕИНТЕГРИРУЕМОСТЬ И СИММЕТРИИ ДИСКРЕТНЫХ МОДЕЛЕЙ УРАВНЕНИЯ БОЛЬЦМАНА

Ильин О.В.

Вычислительный центр им. А.А.Дородницына РАН,
119333, Москва, ул. Вавилова, 40, 499-135-20-87, oilvin@gmail.com

Настоящая работа посвящена вопросам построения точных решений произвольной дискретной модели уравнения Больцмана, их групповой классификации, а также теоретическому обоснованию возможности существования хаотической динамики в этих моделях. Дискретная кинетическая модель уравнения Больцмана представляет собой нелинейную систему уравнений в частных производных первого порядка, в которых каждое уравнение системы отвечает за динамику частиц, движущихся с одной скоростью. Квадратичная нелинейность задает парные взаимодействия между частицами.

При помощи теста Пенлеве была установлена неинтегрируемость дискретных моделей Карлемана и Бродуэлла [1,2]. Продолжая идеи развитые в работах [1,2] можно показать, что любая дискретная кинетическая модель является неинтегрируемой [3]. С физической точки зрения препятствием интегрируемости являются взаимодействия между частицами, более того, никакими заменами переменных невозможно развязать эти взаимодействия и свести динамику к движению свободных частиц [3]. Следствие неинтегрируемости – чувствительность решений к начальным данным (эффект бабочки), то есть кинетические модели уравнения Больцмана могут рассматриваться как кандидаты на описание пространственно-неоднородной турбулентности.

С вопросами интегрируемости тесно связаны групповые свойства дифференциальных уравнений. Для всех кинетических моделей группа точечных симметрий конечна и состоит из сдвигов по пространственным переменным, сдвига по временной переменной и масштабного преобразования. Это ведет к тому, что класс автомодельных решений таких систем весьма узок. К нему относятся стационарные решения, пространственно-однородные решения, а также решения типа бегущих волн и разлета [3].

Литература

1. Euler N., Steeb W.-H. Painleve Test and Discrete Boltzmann Equations.// *Aust. J. Phys.*, **42**, 1989, P.1-10.
2. Линдблом О., Эйлер Н., Решение уравнения Больцмана для дискретных скоростей при помощи уравнений Бейтмена и Риккати.// *ТМФ*, **131**, 2002, С. 179-192.
3. Ilyin O. Nonintegrability and symmetries of the Boltzmann discrete kinetic equations.// *Lett. Math. Phys.* (submitted).