

МЕТОД «КОМПЬЮТЕРНОЙ АНАЛОГИИ» ПРИ РЕШЕНИИ СИСТЕМ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Аристов В.В., Строганов А.В.¹

Вычислительный центр им. А.А.Дородницына РАН, 119333, Москва, ул. Вавилова, 40,
499-135-20-87, aristov@ccas.ru

¹Московский государственный институт радиотехники, электроники и автоматики,
119454, Москва, пр.Вернадского, 78, gtsy@mail.ru

В [1] описан метод «компьютерной аналогии» для построения решения нелинейных дифференциальных уравнений в явном виде и намечен путь для решения систем дифференциальных уравнений. В настоящей работе мы развиваем этот подход, применяя его для решения уравнения не имеющего квадратур (уравнение Ван дер Поля), сводимого к системе нелинейных уравнений, а также для системы уравнений в частных производных.

Решение системы из двух уравнений с неизвестными u и v ищется в виде отрезков ряда по степеням шага τ независимой переменной t .

$$u_n = \sum_{i=0}^p a_{i,n} \tau^i, \quad v_n = \sum_{i=0}^q b_{i,n} \tau^i$$

Для получения решения на следующем слое по τ можно выбрать любую разностную схему, обеспечивающую сходимость к точному решению. В выбранную схему подставляются u_n , v_n и находится представление решения на следующем слое по t . Для сходимости к решению задачи на каждом шаге применяются операции переброса разрядов, вследствие чего коэффициенты a и b не превышают величину $1/\tau$, но за счет операций выделения целой и дробной частей возникают стохастические свойства, это позволяет применять вероятностные методы для осреднения значений коэффициентов. В качестве руководящей схемы выбрана разностная схема первого порядка, тогда коэффициенты старших разрядов представляются в виде функций от коэффициентов линеаризации и некоторого случайного возмущения более высокого порядка малости. Если рассматриваемое приближение не обеспечивает указанной точности, в случае с системой Ван дер Поля происходит выход на решение, отличное от точного, но имеющее предельный цикл.

На примере простого нелинейного дифференциального уравнения показывается также сходимость метода с учетом вклада от стохастических членов. По теореме Бернштейна удастся заменить суммы функций перебрсов суммами соответствующих математических ожиданий. Такая замена позволяет перейти к вероятностям перебрсов, которые можно достаточно легко вычислить.

Литература

1. Аристов В. В., Строганов А. В. Вероятностные аспекты метода «компьютерной аналогии» для решения дифференциальных уравнений // Компьютерные исследования и моделирование, том 1, N 1, 2009, Стр. 21-31.