О ЗАДАЧЕ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ВРЕМЕННОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ИСТОЧНИКА ЗАГРЯЗНЯЮЩИХ ВЫБРОСОВ В АТМОСФЕРУ

Лебединцев В.Н., Кармазин В.Н., Кармазин А.В.

Кубанский государственный университет, Россия, г. Краснодар, тел: (861) 275-60-43, e-mail: vlad_leb@bk.ru

Упрощенная двухмерная K-модель переноса примеси в атмосфере имеет вид:

$$\frac{\partial q}{\partial t} + v_x \frac{\partial q}{\partial x} + v_y \frac{\partial q}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial x}\left(K_x \frac{\partial q}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(K_y \frac{\partial q}{\partial y}\right) = f(x,y,t), \tag{1}$$

$$D = \{(x,y) \in [0,A]\times[0,B]\}, \quad t \in [0,T],$$

$$q|_{x=0} = q|_{x=A} = q|_{y=0} = q|_{y=B} = 0, \tag{2}$$

$$q|_{t=0} = q_0(x,y),$$

Рассмотрим обратную задачу, в которой неизвестной, помимо концентрации $q(x,y,t)$, является и правая часть $f(x,y,t)$ уравнения (1). Будем полагать, что функция $f(x,y,t)$ представляется в виде

$$f(x,y,t) = \eta(t)\psi(x,y), \tag{3}$$

где функция $\psi(x,y)$ задана, а неизвестной является зависимость источника от времени - $\eta(t)$. Эта задача может быть решена с использованием дополнительного наблюдения за $q(x,y,t)$ в некоторой внутренней точке области $(x^*, y^*) \in D$:

$$q(x^*, y^*, t) = \varphi(t). \tag{4}$$

Будем искать решение задачи (1)-(4) в виде

$$q(x,y,t) = \theta(t)\psi(x,y) + \omega(x,y,t), \text{ где } \theta(t) = \int_0^t \eta(s)ds, \tag{5}$$

при условии расположения точки наблюдения в области действия источника ($\psi(x^*, y^*) \neq 0$), что обуславливает корректность рассматриваемой задачи.

Уравнение (1) с учетом (4),(5) принимает вид:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + v_x\left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \times \frac{1}{\psi(x^*,y^*)}(\varphi(t) - \omega(x^*,y^*,t)) + \frac{\partial \omega}{\partial x}\right) + v_y\left(\frac{\partial \psi}{\partial y} \times \frac{1}{\psi(x^*,y^*)}(\varphi(t) - \omega(x^*,y^*,t)) + \frac{\partial \omega}{\partial y}\right) =$$
$$\frac{1}{\psi(x^*,y^*)}(\varphi(t) - \omega(x^*,y^*,t)) \times \left(\frac{\partial}{\partial x}\left(K_x \frac{\partial \psi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(K_y \frac{\partial \psi}{\partial y}\right)\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left(K_x \frac{\partial \omega}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(K_y \frac{\partial \omega}{\partial y}\right). \tag{6}$$

Обратная задача (1)-(4) формулируется как краевая задача для нагруженного уравнения (6) с граничными и начальными условиями, полученными с учетом (2),(5).

Решив краевую задачу для уравнения (6), находим зависимость источника от времени: $\eta(t) = \theta'(t)$.

Были разработаны устойчивые численные алгоритмы и проведены многочисленные квазиреальные эксперименты на ряде методических примеров. Построены устойчивые приближения функции $\eta(t)$ с учетом погрешности в начальных данных.