ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ И НЕУСТОЙЧИВОСТИ ИНТЕРВАЛЬНОГО ПОЛИНОМА ПО ВЕЩЕСТВЕННЫМ И МНИМЫМ ЧАСТЯМ КОЭФФИЦИЕНТОВ

Черноглазов Д.Г., Лопатин М.С., Зеленков Г.А.

Морская государственная академия им. Ф.Ф.Ушакова,
Россия, 353918, Новороссийск, пр-т Ленина, 93,
тел. (8-3217)-61-0076, E-mail: mathshell@mail.ru

Рассмотрим интервальный полином с комплексными коэффициентами:

$$\Phi(S) = \left\{ \begin{matrix} f(S) = A_0 + A_1 S + \ldots + A_n S^n, A_i = a_i + jb_i, \\ \left|a_i - a_i^0\right| \le \alpha_i \gamma, \left|b_i - b_i^0\right| \le \beta_i \mu, \alpha_i \ge 0, \beta_i \ge 0, \gamma > 0, \mu > 0. \end{matrix} \right\}$$

Определение. Назовем функцию $Z(\omega) = g_0(\omega)/R(\omega) + jh_0(\omega)/T(\omega)$, $\alpha_0 > 0$, $\beta_0 > 0$, $\alpha_n > 0$, $\beta_n > 0$, определенную на всей вещественной оси, сложным нормированным номинальным годографом или кратко – сложным годографом, где

$$g_0(\omega) = a_0^0 - b_1^0\omega - a_2^0\omega^2 + b_3^0\omega^3 + a_4^0\omega^4 - \ldots, h_0(\omega) = b_0^0 + a_1^0\omega - b_2^0\omega^2 - a_3^0\omega^3 + b_4^0\omega^4 + \ldots.$$

$$R(\omega) = \alpha_0 + \beta_1\mu|\omega|/\gamma + \alpha_2\omega^2 + \beta_3\mu|\omega|^3/\gamma + \alpha_4\omega^4 + \ldots,$$

$$T(\omega) = \beta_0 + \alpha_1\gamma|\omega|/\mu + \beta_2\omega^2 + \alpha_3\gamma|\omega|^3/\mu + \beta_4\omega^4 + \ldots.$$

Определение. Полином степени n с вещественными или комплексными коэффициентами, не имеющий нулевых и чисто мнимых корней $\phi(s) = a_0 + a_1 s + \ldots + a_n s^n$, $a_0 \ne 0$, $a_n \ne 0$, принадлежит классу (n,k)-эквивалентности, если k его корней, с учетом их кратности, лежат в правой полуплоскости.

Назовем $\Phi(S)$ интервальным полиномом класса (n,k)-эквивалентности, если любой полином из этого семейства принадлежит классу (n,k)-эквивалентности.

Теорема. Для того, чтобы комплексный интервальный полином $\Phi(S)$ степени n при $\alpha_0 > 0, \beta_0 > 0, \alpha_n > 0, \beta_n > 0$ был интервальным полиномом класса (n,k)-эквивалентности, необходимо и достаточно выполнение двух условий:

1. $\max((a_0^0)^2 - (\gamma\alpha_0)^2, (b_0^0)^2 - (\mu\beta_0)^2) > 0, \max((a_n^0)^2 - (\gamma\alpha_n)^2, (b_n^0)^2 - (\mu\beta_n)^2) > 0.$
2. Годограф $Z(\omega)$ при изменении ω от $-\infty$ до ∞ проходит последовательно против часовой стрелки ровно $n-2k$ полуоборотов ($\Delta \underset{-\infty<\omega<+\infty}{\arg} Z(\omega) = \pi(n-2k)$) не пересекая прямоугольника с вершинами $(\pm\gamma, \pm\mu)$.

Литература

1. *Зеленков Г.А., Дикусар В.В., Зубов Н.В.* Методы анализа робастной устойчивости и неустойчивости. М.: ВЦ РАН, 2007. – 234 с.