ПРИМЕНЕНИЕ S-СПЛАЙНА ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ КУБАТУРНЫХ ФОРМУЛ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА АППРОКСИМАЦИИ

Силаев Д.А., Коротаев Д.О.

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Мех.-мат. ф-т,
Россия, 119899, Москва, Воробьевы горы, МГУ, Тел.: 939-05-27 dasilaev@mail.ru

В пространстве R^3 рассматривается ограниченная область V с границей $\Gamma = \partial V$, заданной параметрически. В области V рассматривается гладкая функция $f \in C^6(\Omega)$, т.е. f имеет ограниченные шестые частные производные. В работе предлагается метод построения кубатурной формулы:

$$\iiint_V f(x,y,z)dxdydz = \sum_{k=1}^{N} c_k f(P_k) + O(h^6)$$

шестого порядка аппроксимации, где c_k — веса, P_k — узлы квадратурной формулы для достаточно широкого класса областей V с границей Γ.

В основу построения положена аппроксимация в пространстве гладкой функции $f(x, y, z)$ полулокальным сглаживающим дважды непрерывно дифференцируемым сплайном или S-сплайном класса C^2, состоящим из полиномов 5-й степени (первые три коэффициента каждого полинома, составляющего сплайн, определяются условиями гладкой склейки до второй производной включительно, остальные три - методом наименьших квадратов). Возможно также использование сплайнов, состоящих из полиномов более высокого порядка с более высоким порядком аппроксимации, суть метода от того не меняется.

Проблема, с которой мы здесь сталкиваемся, состоит из двух моментов. Во-первых, как унифицировать вычисление большого числа таких интегралов по заданной области. Во-вторых, как с большой степенью точности учесть вид границы области V. Эти проблемы предлагается решать, сводя с помощью формулы Гаусса-Остроградского интеграл по области V к соответствующему интегралу по границе области $\Gamma = \partial V$.

Данная работа является продолжением работ, посвященных S-сплайнам ([1-2]). Представлены явные формулы для вычисления коэффициентов c_k. Рассмотрен общий случай односвязной области, а также частный случай “простой” области (такой, что внутри её найдётся такая точка, что любой луч, выпущенный из неё, пересечёт границу области только в одной точке). Доказаны теоремы о сходимости.

Литература

1. *Силаев, Д.А.* Дважды непрерывно дифференцируемые S-сплайны // Вестн. Моск. Ун-та. Сер. 1, математика, механика, 2007, № 2, с. 12-17
2. *Силаев Д.А., Коротаев Д.О., Капустин С.В.* Применение дважды непрерывно дифференцируемого S-сплайна // Вестник ЮУпГУ, №10, 2009, сер. «Математика, физика, химия», выпуск 12. С. 37-43