О МЕТОДЕ РАЗДЕЛЕНИЯ ПЕРЕМЕННЫХ И СПЛАЙНЫ

Силаев Д.А., Силаев Л.Д.

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Мех.-мат. ф-т,
Россия, 119899, Москва, Воробьевы горы, МГУ, Тел.: 939-05-27 dasilaev@mail.ru

Рассматривается уравнение жестко закрепленной струны

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} \text{ в области } 0 \le x \le 1, t > 0$$

при граничных условиях $u\big|_{x=0} = u\big|_{x=1} = 0$ и начальных условиях $u\big|_{t=0} = \varphi(x), u_t\big|_{t=0} = \psi(x)$. Метод разделения переменных Фурье позволяет найти решение этой задачи в виде ряда [1]. Скорость сходимости этого ряда, следовательно, и применимость метода Фурье для численных расчетов определяется гладкостью начальных функций $\varphi(x)$ и $\psi(x)$.

Приближенное решение будем искать в виде

$$u(t,x) = \sum_{k=0}^{K} A_k(t) S_k(x),$$

где $A_k(t)$ – неизвестные коэффициенты разложения функции $u(t,x)$ по фундаментальной системе сплайнов $S_k(x)$ [2]. Для нахождения $A_k(t)$ получена система обыкновенных дифференциальных уравнений с начальными условиями, которая может быть решена приближенно методом Рунге-Кутта высокого порядка аппроксимации [3].

Литература

1. Араманович И.Г., Левин В.И. Уравнения математической физики. М.: изд-во «Наука», 1964, с. 162.
2. Силаев Д.А. Дважды непрерывно дифференцируемый полулокальный сглаживающий сплайн. Вестн. Моск. Ун-та. Сер. 1, математика, механика, 2009, № 5, с. 11-19.
3. Хайрер Э., Нёрсетт С., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежесткие задачи. М.: Мир, 1990.