

## СИММЕТРИЙНЫЕ СТРУКТУРЫ ПОЛИПОЛЯРНОЙ ПЛОСКОСТИ

Ракчеева Т.А.

Институт машиноведения РАН, Москва, Россия, E-mail: [rta\\_ra@list.ru](mailto:rta_ra@list.ru)

Полиполярная система координат (СК) так же, как и традиционная полярная СК, характеризует точку плоскости двумя координатами: полярным радиусом  $\rho$  и полярным углом  $\varphi$ , но имеет не один центр-полнос, а  $k$  полюсов ( $k$  - конечное число). Такое координирование обеспечивается семействами *многофокусных лемнискат*.

Подобно семейству концентрических окружностей однополярной СК, семейство изофокусных  $kf$ -лемнискат координирует расстояние до системы  $k$  фокусов, задавая метрическую (радиальную) координату  $\rho$  полиполярной лемнистической СК. Семейства изопараметрических кривых  $\rho(x,y) = const$  и  $\varphi(x,y) = const$  образуют два взаимно ортогональных семейства координатных кривых лемнистической полиполярной плоскости.

Иерархические структуры фокусной системы порождают вложенные  $kf$ -полиполярные плоскости для разных диапазонов радиальной компоненты.

*Фокусное представление произвольной формы порождает для этой формы собственную полиполярную систему координат с ортогональной системой координатных кривых.*

Фокусная система имеет представление в той же системе координат, что и кривая, и выдерживает вместе с кривой преобразования, сохраняющие ее форму.

*Семейство изофокусных лемнискат имеет ту же группу симметрий, что и фокусная система, и не имеет других симметрий.*

Сохраняя в сжатом виде информацию о форме кривой, фокусная система наследует и симметрии этой кривой, в отличие, например, от степеней свободы гармонического представления. С другой стороны, и форма лемнискаты, однозначно определяемая своей фокусной системой, описывается фокусными симметриями. Симметрии сохраняются при всех трансформациях софокусных лемнискат, связанных с изменением радиуса, от  $k$  несвязных петель до окружности.

*$Kf$ -лемниската, удовлетворяя условию постоянства расстояния до  $kf$ -системы  $\rho = const \equiv R^k$ , может рассматриваться на плоскости как многофокусный аналог координатной окружности.*

На полиполярной плоскости имеет место полный набор групп плоских симметрий, состоящий из преобразований сдвигов, собственных и зеркальных вращений, отражений (со скольжением), инверсий.

Используя разного рода преобразования, такие, например, как преобразования отражения и инверсии, относительно единичной  $kf$ -лемнискаты ( $R = 1$ ), можно строить симметричные композиции произвольной формы-мотива. Фокусное представление единичной «лемнискаты-окружности» позволяет, управляя фокусами, менять симметрии композиции и формы мотивов. Комбинирование симметрий  $kf$ -лемнискат и форм-мотивов порождает большое разнообразие орнаментов, как розеточного типа, так и паркетного, а интерактивное управление фокусами дает возможность «оживить» полученный орнамент в процессе непрерывной трансформации во времени. Полиполярная лемнистическая СК позволяет строить также самоподобные, управляемые фокусами, фрактальные структуры.