

ЭЛЕМЕНТАРНОЕ РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ НАВЬЕ – СТОКСА В ПРОСТРАНСТВЕ

А.П. Мустафаев

заведующий кафедры высшей математики, к.ф.-м.н., профессор
Семипалатинский государственный университет им. Шакарима
Семей, Казахстан
abdikadi@mail.ru

Базовыми уравнениями в математических моделях динамики вязкой жидкости является уравнения Навье–Стокса.

Существования и единственность решения этой системы доказаны лишь в простейших случаях. Тем не менее, уже на протяжении полувека внимание специалистов в области вычислительной математики в значительной степени посещено разработке эффективных методов численного интегрирования уравнения гидродинамики. Особую сложность рассматриваемая проблема приобретает в случае нахождения решение уравнения Навье – Стокса в аналитическом виде.

До сих пор решения этих уравнений найдены лишь в некоторых частных случаях. В настоящее время существует несколько ситуации (обусловленных простой геометрий) которые решены в аналитическом виде. В остальных случаях используется численные моделирование.

В этой работе с помощью элементарного преобразований найдены некоторые частные виды общего решения системы уравнений Навье–Стокса в пространстве

Теорема. Если функции $u(x, y, z)$, $v(x, y, z)$ и $\omega(x, y, z)$ - гармонические функции и удовлетворяют условиям

$$u_y = v_x, u_z = w_x, vz = wy$$

$$a p(x, y, z) = -\frac{\rho}{2}[u^2(x, y, z) + v^2(x, y, z) + \omega^2(x, y, z)] \text{ по функции } u, v, \omega$$

является решением системы уравнение вида

$$\begin{cases} u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \omega \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \Delta u \\ u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + \omega \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \Delta v \\ u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} + \omega \frac{\partial \omega}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \Delta \omega \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial z} = 0 \end{cases}$$

Следует одного заметить, что полученные решения позволяет легко найти частные решения некоторых краевых задач для рассматриваемой системы.