ПРИБЛИЖЕНИЕ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ ВЫСОКОЙ ГЛАДКОСТИ ПРЯМОУГОЛЬНЫМИ ЛИНЕЙНЫМИ МЕТОДАМИ

Ровенская О.Г., Новиков О.А.[1]

Донбасская государственная машиностроительная академия,
ФПиМОД, каф. высшей математики,
Украина, 84313, г. Краматорск, Шкадинова,72,
Тел.: 38 (0626) 41-84-51, E-mail: o.rovenskaya@mail.ru
[1]Славянский государственный педагогический университет,
Физико-математический ф-т, каф. математического анализа,
Украина, 84116, г. Славянск, Г. Батюка, 19,
Тел.: 38 (0626) 23-23-54, E-mail: sgpi@slav.dn.ua

Асимптотические формулы для точных верхних граней уклонений сумм Фурье на классах периодических функций $C^{\psi}_{\beta,\infty}$, которые задаются мультипликаторами $\psi(k)$ и сдвигами по аргументу β при условии, что последовательности $\psi(k)$, определяющие класс, убывают к нулю со скоростью геометрической прогрессии, получены в работах [1], [2]. Исследованы вопросы приближения двумерных аналогов указанных классов прямоугольными суммами Фурье и прямоугольными суммами Валле Пуссена. Получены асимптотические формулы, которые в ряде случаев обеспечивают решение известной задачи Колмогорова–Никольского. Приведём некоторые результаты (см. обозначения, напр., в [2]).

Теорема. Пусть $\psi_i(x) \in D_{q_i}$, $q_i \in (0;1)$, $\Psi_i(x) \in D_{Q_i}$, $Q_i \in (0;1)$, β_i, $\beta_i^* \in \mathbb{R}$, $i = 1, 2$. Тогда при $n_i \to \infty$ имеет место асимптотическая формула

$$\mathcal{E}(C^{2\psi}_{\beta,\infty}; S_{\vec{n}}) = \sup_{f \in C^{2\psi}_{\beta,\infty}} ||f(\vec{x}) - S_{\vec{n}}(f;\vec{x})||_C = \frac{8}{\pi^2} \sum_{i=1,2} \psi_i(n_i) K(q_i) +$$

$$+O(1)\Big[\sum_{i=1,2} \frac{\psi_i(n_i) q_i}{(1-q_i)n_i} + \sum_{i=1,2} \frac{\psi_i(n_i)\varepsilon_{n_i}}{(1-q_i)^2} + \prod_{i=1,2} \frac{\Psi_i(n_i)}{1-Q_i} \sum_{\xi \subset \{1,2\}} \prod_{j \in \xi} \frac{\varepsilon^*_{n_j}}{1-Q_j}\Big],$$

где $O(1)$ — величина, равномерно ограниченная относительно всех параметров.

Литература

1. *Никольский С.М.* Приближение функций тригонометрическими полиномами в среднем // *Изв. АН СССР. Сер. мат.* **Т. 10**, № 3, 1946. Стр. 207-256.
2. *Степанец А.И., Сердюк А.С.* Приближения суммами Фурье и наилучшие приближения на классах аналитических функций // *Укр. мат. журн.* **Т. 52**, № 3, 2000. Стр. 375-395.