

АЛГОРИТМИЗАЦИЯ ПОСТРОЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ПОЛИНОМИАЛЬНЫХ ПЕРВЫХ ИНТЕГРАЛОВ

Шакуров И.Р., Асадуллин Р.М.

Башкирский государственный педагогический университет им. М.Акумлы,
Физико-математический ф-т, каф. Программирования и вычислительной математики,
Россия, 450000, г. Уфа, ул. Октябрьской революции 3а,
Тел.: (347)273-13-08, факс: (347) 272-90-34,
E-mail: ildarshakurov@bk.ru

Известно, что не существует общего метода нахождения нелинейных интегралов для систем обыкновенных дифференциальных уравнений. В данной работе предлагается новый вычислительный алгоритм нахождения нелинейных полиномиальных первых интегралов для систем обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) с полиномиальными правыми частями [1]. Основой алгоритма является необходимое и достаточное условие существования первых интегралов [2].

Рассмотрим систему ОДУ:

$$\dot{x}_i = P_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (1)$$

где $P_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$ – полиномы, в общем случае произвольной степени.

Для системы (1) первый интеграл будем искать в виде:

$$W(x_1, x_2, \dots, x_n) = C \quad (2)$$

где $W(x_1, x_2, \dots, x_n)$ – полином с неопределенными коэффициентами, которые необходимо найти.

Чтобы найти неизвестные коэффициенты в выражении (2) запишем необходимое и достаточное условие существования первых интегралов (2) для системы (1):

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial W}{\partial x_i} \cdot P_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \quad (3)$$

Далее в левой части выражения (3) выделяем коэффициенты при одинаковых степенях и приравниваем их к нулю. В итоге получаем систему линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных коэффициентов полинома $W(x_1, x_2, \dots, x_n)$. Решаем систему линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных коэффициентов и записываем полученный первый интеграл в виде (2) уже с найденными известными коэффициентами.

Литература.

1. Шакуров И.Р., Асадуллин Р.М. Алгоритмизация построения первых интегралов для систем обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) с полиномиальными правыми частями // Научный Башкортостан: альманах, № 2, – Уфа: Вагант, 2009. Стр. 3-14.
2. Еругин Н.П. Книга для чтения по общему курсу дифференциальных уравнений. – Минск: Наука и техника, 1979. 570 стр.