

# ТЕСТИРОВАНИЕ СХЕМ С РАЗЛИЧНЫМИ СВОЙСТВАМИ ТОЧНОСТИ И УСТОЙЧИВОСТИ ПРИ РЕШЕНИИ НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ МЕТОДОМ ПРЯМЫХ

Коконков Н.И., Ширков П.Д.<sup>1</sup>

Московский физико-технический институт (Государственный университет)  
Россия, 117303, Москва, ул. Керченская, д. 1а, корп. 1,  
Тел.: (909) 994-4434, E-mail: [kknkoff@gmail.com](mailto:kknkoff@gmail.com)

<sup>1</sup>Международный Университет природы, общества и человека «Дубна»,  
филиал «Дмитров», Россия, 141800, Московская область, г. Дмитров, мкр. ДЗФС, д.23

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 09-01-00728-а).

Теоретической основой для конструирования разностных схем для систем обыкновенных дифференциальных уравнений являются простые модельные задачи [1]: линейные уравнения, гамильтоновы системы и некоторые другие. При этом стараются получить методы с заданными свойствами точности,  $A$ - или  $L$ -устойчивости и определенным поведением компонент решения (в частности, монотонности [2]). Применимость получаемых схем для численного решения сложных нелинейных систем или уравнений в частных производных, решаемых методом прямых, изучается численным экспериментом на задачах-тестах. Для этого используются задачи, аналитическое решение которых либо известно, либо построено численно с гарантированной точностью, или те, о решении которых известны некоторые характерные особенности поведения.

В данной работе проводится подробное тестирование численных методов решения задачи Коши для систем ОДУ, имеющих различный порядок точности, различные свойства  $A$ - и  $L$ -устойчивости и монотонности. В качестве тестовых задач используются одномерные и двумерные варианты нестационарного нелинейного уравнения теплопроводности (для различных степеней нелинейности)

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \operatorname{div}(\kappa \operatorname{grad} T), \quad \kappa = T^\alpha, \quad (1)$$

обладающего обобщенным автомодельным решением типа «бегущей волны» в случае одной пространственной переменной. Отметим, что уравнение теплопроводности (1) при  $\alpha = 0$  становится линейным и в одномерном случае имеет экспоненциально-затухающее автомодельное решение.

Численный эксперимент помог найти компромисс между теоретическим порядком аппроксимации и свойствами устойчивости. Полученные результаты помогут вычислителям сделать выбор схемы для решения конкретной прикладной задачи.

## Литература

1. Хайпер Э., Нёрсетт С., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежесткие задачи. – М.: Мир, 1990, 512 стр.
2. Dnestrovskaya E., Kalitkin N., Kusmina L. Lq-decreasing monotonic schemes with complex coefficients and applications to complicated PDE systems. // Applied Numerical Mathematics, Volume 15, Issue 3, 1994, Pages 327-340.