О СУЩЕСТВОВАНИИ РЕГУЛЯРНОГО РЕШЕНИЯ ОДНОЙ НЕЛОКАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ.

Мокин А.Ю.

Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова,
факультет Вычислительной математики и кибернетики,
каф. вычислительных методов.
Россия, 123098, г. Москва, ул. маршала Василевского, д.1, корп.1, кв.16.
Контактный телефон: 8915 0574347. E-mail: MknAndrew@mail.ru.

Изучаются условия существования регулярного решения нелокальной задачи

$$\begin{aligned} &\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad 0 < x < 1, \ t > 0, \qquad u(x,0) = \varphi(x), \ 0 \leqslant x \leqslant 1, \\ &u(0,t) = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial x}(0,t) = \frac{\partial u}{\partial x}(1,t) + \alpha u(1,t), \quad t > 0, \end{aligned} \tag{1}$$

где $\alpha > 0$ – вещественный параметр. Регулярным решением задачи (1) называется функция $u(x,t)$, определённая и непрерывная на множестве $(x,t) \in [0,1] \times [0,+\infty)$, такая что

1. существует непрерывные производные $u'_t(x,t)$, $u''_{xx}(x,t)$ при $(x,t) \in (0,1) \times (0,+\infty)$;
2. производная $u'_x(x,t)$ непрерывна при $(x,t) \in [0,1] \times (0,+\infty)$;
3. выполняются соотношения (1).

Задача (1) при $\alpha = 0$ известна как задача Самарского-Ионкина и подробно исследована в [1], где доказано существование её регулярного решения для любой $\varphi(x) \in C^1[0,1]$, $\varphi(0) = 0$. В работе [2] рассмотрен случай $\alpha > 0$. Для существования регулярного решения требовалось, чтобы $\varphi(x) \in C^2[0,1]$, $\varphi(0) = 0$, $\varphi'(0) = \varphi'(1) + \alpha\varphi(1)$ при соответствующем значении α.

В настоящей работе доказано, что задача (1) имеет регулярное решение при любой $\varphi(x)$ из пространства Соболева $W_2^1[0,1]$, которая обращается в нуль на левом конце отрезка.

Литература.

1. Ионкин Н.И. Решение одной краевой задачи теории теплопроводности с неклассическим краевым условием. // Дифференциальные уравнения. 1977. Т.13, № 2. С. 294-304.

2. Мокин А.Ю. Метод разделения переменных для задач с нелокальными граничными условиями. Сб. трудов 15 конференции МКО. Изд. НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика". Ижевск 2008. Т.2. С. 46-54.