

ОБ АВТОМАТИЗАЦИИ ПОСТРОЕНИЯ АЛГОРИТМОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ ТРЕХМЕРНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ В ЧАСТОТНОЙ ОБЛАСТИ

Бутюгин Д.С.

Институт Вычислительной Математики и Математической Геофизики СО РАН, Россия, 630090, г. Новосибирск, пр. Ак. Лаврентьева, 6. Тел: (383)330-87-83

Задача моделирования трехмерных электромагнитных полей в частотной области возникает во многих актуальных приложениях: при исследовании и проектировании различных СВЧ-устройств, таких как мобильный телефон, микроволновая печь, антенных устройств, при моделировании компонент микроэлектроники, а также в геоэлектроразведке. Электромагнитное поле в частотной области может быть найдено как решение соответствующей вариационной формулировки краевой задачи комплексного уравнения Гельмгольца [1]. После введения конечномерных подпространств пространств H_0^{rot} и H_0^1 данная задача приводит к системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Формирование СЛАУ, как правило, осуществляется на основе поэлементной технологии с вычислением соответствующих локальных матриц и векторов в каждом из конечных элементов сетки [2]. В случае использования тетраэдральных неструктурированных сеток и конечных элементов Неделека выражения для вычисления элементов локальных матриц и векторов могут быть получены в явном виде. Тем не менее, данная задача довольно сложна и сопряжена с большим объемом аналитических выкладок, особенно при использовании базисных функций высоких порядков. Использование сред аналитических вычислений, таких как Maple, Mathematica и др., также затруднительно, поскольку, во-первых, требуется задать им аналитическую модель элементов Неделека, и, во-вторых, необходимо результаты расчетов аккуратно перенести в программный код.

В рамках данной работы предлагается система аналитических вычислений, позволяющая найти требуемые выражения в явном виде. Предложена грамматика для задания базисных функций конечномерных подпространств H_0^{rot} и H_0^1 . Доказаны теоремы о каноническом виде базисных функций, а также о виде соответствующих им локальных матриц и векторов. Помимо этого предлагается набор эвристик для упрощения и оптимизации получаемых выражений.

Для верификации полученных результатов был реализован программный пакет, в состав которого входит парсер предложенной грамматики, символьный оптимизатор выражений и генератор кода для вычисления элементов локальных матриц и векторов. Тестирование проведено на ряде базисных функций различных порядков конечных элементов Неделека первого и второго рода. Полученные выражения согласуются с известными аналитическими, кроме того, вычисляемые конечно-элементные решения демонстрируют требуемый порядок сходимости на последовательностях сгущающихся сеток.

Литература.

1. Соловейчик Ю.Г., Рояк М.Э., Персова М.Г. Метод конечных элементов для решения скалярных и векторных задач. — Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2007.
2. Ильин В. П. Методы и технологии конечных элементов. — Новосибирск: Изд-во ИВМиМГ СО РАН, 2007. 370 стр.