ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ИНФОРМАЦИИ В ЗАДАЧЕ ОБРАЩЕНИЯ УСРЕДНЯЮЩИХ ОПЕРАТОРОВ

Граев М. И., Коганов А. В.
Россия, Москва, 117218 Нахимовский пр., д. 36, кор.1 НИИСИ РАН
При поддержке РФФИ, проект №10-01-00041а

Классическая задача интегральной геометрии заключается в поиске такой системы подмножеств на пространстве с мерой, которая позволяет восстановить любую функцию, абсолютно суммируемую на этих подмножествах, по её интегралам . При этом находятся явные формулы обращения, которые восстанавливают функцию. Иногда на функции накладываются дополнительные ограничения, необходимые для применения этой формулы [1-2]. Новый класс формул обращения возник при переходе к пространствам с дискретной структурой типа графов и бесконечных решёток [3]. Связь дискретных и непрерывных моделей изложена в [4]. В данной работе исследуется ситуация, когда система подмножеств интегрирования функции не позволяет однозначно восстановить функцию по её интегралам. Решается двойственная задача интегральной геометрии: по заданному оператору усреднения определить максимальный класс функций, на котором возможно обращение этого оператора (*резольвентный класс*). Эти классы определяются не однозначно. Даётся полное описание таких классов в форме минимальной дополнительной информации, которую надо знать о функции. Исследуется возможность их конструктивного описания, и в случае конечной системы усреднения даются формулы обращения. Интересно, что даже для случая конечных пространств с атомарной мерой, в случае необратимости оператора усреднения на пространстве всех функций, теоретическое число резольвентных классов функций превышает континуум. Разумеется, число конструктивных классов в этом случае счётное. Максимальный резольвентный класс функций для оператора h усреднения по системе множеств M всегда может быть задан в форме $L(M,L,\xi)$ и определяется произвольным отображением ξ произвольного подпространства L, дополнительного к ядру K оператора h, в это ядро. $\xi : L \to K$; $L(M,L,\xi) = \{q = f + \xi f \mid f \in L\}$. На подпространстве L оператор h всегда обратим. Доказывается, что набор таких классов не зависит от выбора подпространства L. Технически, задача сводится к построению специальных базисов в пространстве функций.

Литература. 1. *Гельфанд И. М., Граев М. И. Виленкин Н. Я.* Обобщенные функции, т. 5, Интегральная геометрия и связанные проблемы теории представлений. “Физматгиз”, М., 1962. 2. *Гельфанд И. М., Гиндикин С. Г., Граев М. И.* Избранные задачи интегральной геометрии. “Добросвет”, М., 2000, 208 с. 3. *Граев М. И., Коганов А. В.* Алгоритмы восстановления функции через ее усреднения по подмножествам.// *Программные продукты и системы, приложение к международному журналу «Проблемы теории и практики управления»*, №4, 2008, с. 33-38. 4. *Коганов А. В.* Интегральная геометрия на системах покрытий. // *Математические исследования, НИИСИ РАН*, сб. трудов под редакцией акад. В.Б.Бетелина, 2005, с. 197-230.