

# ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ КОЛМОГОВОРА – ФЕЛЛЕРА СО СВОБОДНЫМ ЧЛЕНОМ

Баранов Н.А.

Вычислительный центр им. А.А.Дородницына РАН, 119333, Москва, ул. Вавилова, 40,  
8-499-135-64-39, banial@yandex.ru

В работах [1, 2] рассмотрены вопросы решения конечно-разностными методами интегро-дифференциальных уравнений типа уравнения Колмогорова – Феллера. Уравнения такого типа возникают в задачах теории безопасности и надежности в случаях, когда рассматриваются системы с непрерывным ограниченным множеством состояний, которые изменяются под действием некоторого марковского разрывного процесса. В рамках данной работы рассматриваются уравнения более общего вида, содержащие в правой части свободный член:

$$\frac{\partial p(s,t)}{\partial t} = \int_0^1 p(z,t)W(z,s,t)dz - p(s,t)G(s,t), \quad (1)$$

где

$$W(z,s,t) \geq 0, \quad G(s,t) \geq 0.$$

Ядро интегрального слагаемого в правой части (1) удовлетворяет условию

$$\int_0^1 W(s,z,t)dz = G(s,t). \quad (2)$$

Вводя систему функций  $y_j(t) = y(s_j, t)$ , где  $\{s_j\}$  - система узлов на отрезке  $[0,1]$ , и используя квадратурные формулы вычисления интеграла в правой части уравнения (1), решение этого уравнения сводится к решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений относительно  $y_j(t)$ .

Показана сходимость решения, а также на ряде примеров проведен анализ влияния параметров расчетной схемы на его устойчивость.

В силу условия (2) решение уравнения (1) в области правой границы имеет экспоненциальный рост, однако на любом подынтервале  $[0,1-\varepsilon]$  за счет выбора параметров расчетной схемы может быть обеспечена устойчивость решения.

Работа выполняется при финансовой поддержке РФФИ (проект № 10-07-00381) и программы фундаментальных исследований ОМН РАН № 3.

## Литература

1. Баранов Н.А., Турчак Л.И. Численное решение уравнения Колмогорова – Феллера // Ж. выч. математики и мат. физики, т. 47, № 7, 2007. С. 1221–1228.
2. Баранов Н.А., Турчак Л.И. Численное решение уравнения Колмогорова – Феллера с сингулярными особенностями // Ж. выч. математики и мат. физики, т. 50, № 2, 2010. С. 347–351.