Возвратность случайных псевдоевклидовых блужданий

А. В. Коганов
Россия, 117218, Москва, Нахимовский пр., д. 36, корп. 1, ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН,
akoganov@yandex.ru

МКО-28
Россия Москва
2021

Рассматриваются дискретные случайные блуждания $x(t)$ (t=1,…), радиус-вектор $r(t)=|x(t)|$, в непрерывных линейных пространствах. Исследуется свойство возвратности симметричного блуждания (когда с вероятностью 1 блуждание возвращается в любую окрестность пройденной точки).

Эти результаты имеют интерпретацию в математической физике. Размерность 3+1 пространства Минковского оказалась минимальной, когда случайные блуждания, контравариантные к группе Лоренца и удовлетворяющие условиям теоремы 5, становятся невозвратными.

Возвратность блуждания фактически означает коллапс в модели, где точки блуждания означают рождение энергонесущих физических событий.

Контравариантность модели означает принцип относительности для процесса генерации событий.

Литература. Коганов А.В. Модель физического пространства-времени как траектория случайного процесса во внешнем параметрическом времени .// Метафизика 2020, №2 (36), с. 50-61 (ISSN 2224-7580)

Теорема 1. Если в некоторой точке блуждание имеет центрально-симметричную плотность вероятности смещения, и эффективная размерность n не меньше двух, то при смещении из этой точки

$E\{r(t+1)-r(t)\}\geq 0$,

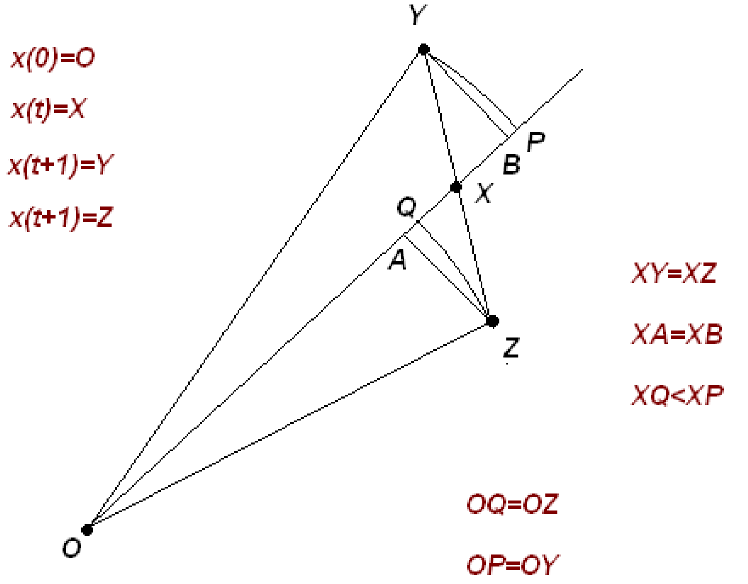
и

$P\{r(t+1)>r(t)\}\geq P\{r(t+1)<r(t)\}$.

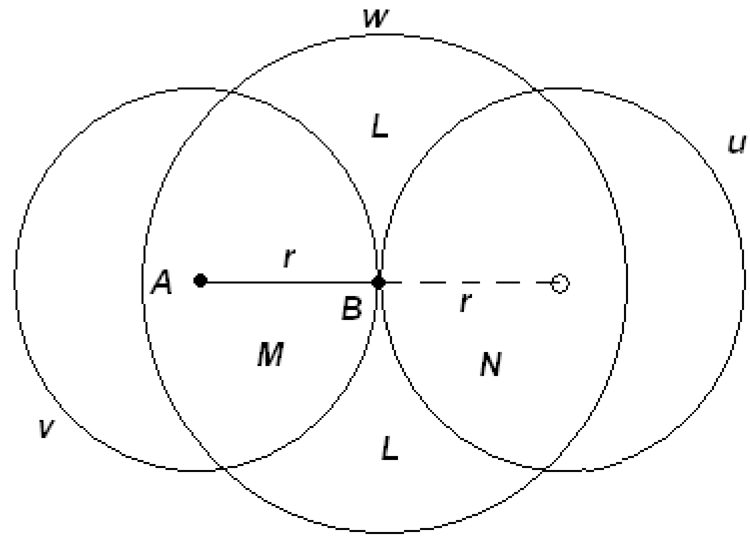
Если n=1, то $E\{r\}$=0.

Следствие. В однородном центрально-симметричном блуждании при n>1 с вероятностью 1 радиус-вектор точки блуждания принимает сколь угодно большие значения.

Формирование нового радиус-вектора блуждания. Два центрально-симметричных варианта имеют равную вероятность. При этом, варианту с положительным приростом длины радиус-вектора соответствует большая область интегрирования плотности вероятности. Поэтому для центрально-симметричных распределений смещения математическое ожидание прироста длины радиус-вектора положительное.



Области уменьшения (M) и увеличения (L) радиус-вектора при смещении из точки A



Изотропное блуждание
P{x(t+1)|x(t)}=P{|x(t+1)-x(t)|}.

Теорема 2. Изотропные однородные блуждания при n=1 и 2 возвратные, а при n≥3 невозвратные.

Прямое произведение блужданий

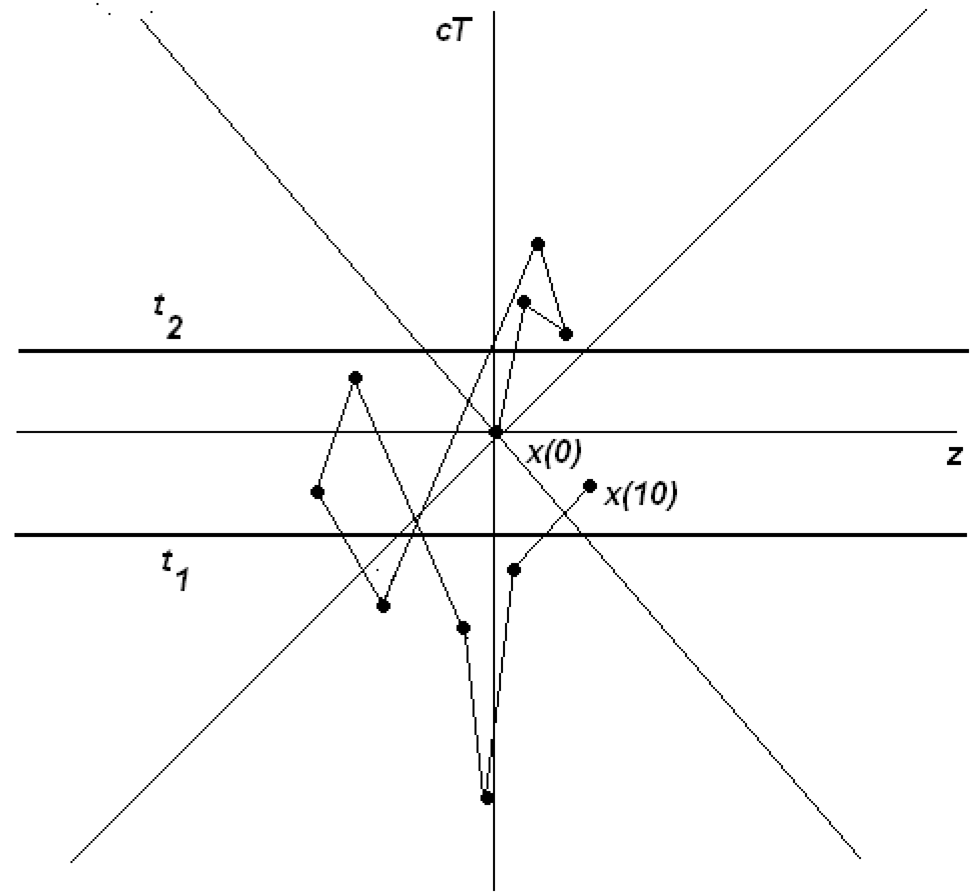
$$S_{X\times Y} = S_X \times S_Y$$

$$P_{X\times Y}\left\{(x+a, y+b)\,|\,(x,y)\right\} = P_X\left\{x+a\,|\,x\right\} P_Y\left\{y+b\,|\,y\right\}$$

Теорема 3. Прямое произведение блужданий возвратное тогда и только тогда, когда возвратные обе компоненты.

Теорема 4. При топологическом преобразовании пространства блуждания свойство возвратности или невозвратности сохраняется.

Блуждание на псевдоевклидовом пространстве симметричное, если на каждом шаге Т-симметрично относительно нуля распределение вероятности смещения по время подобной оси *T*. Если изотропно распределение смещения на пространственно подобную гиперплоскость S, то блуждание назовём S-изотропным. На рисунке ось z принадлежит S. Показаны события, попавшие в Т-полосу.

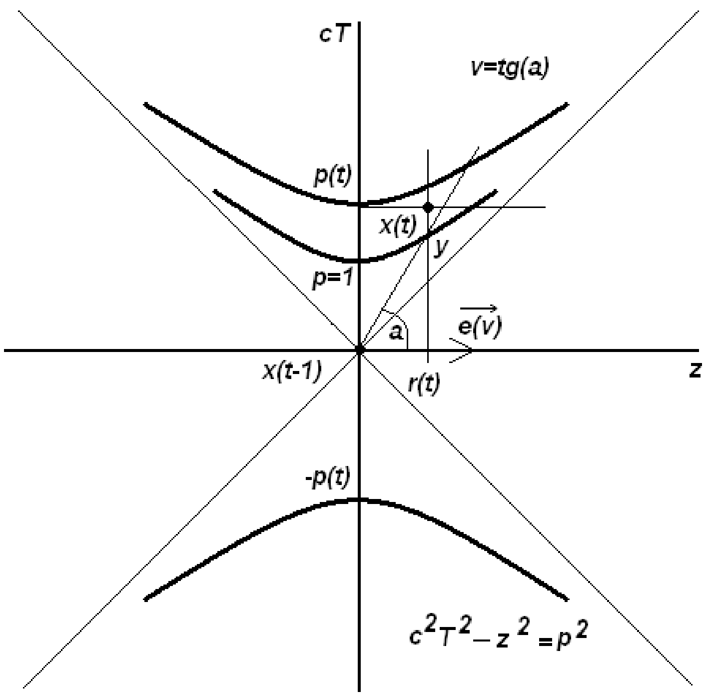


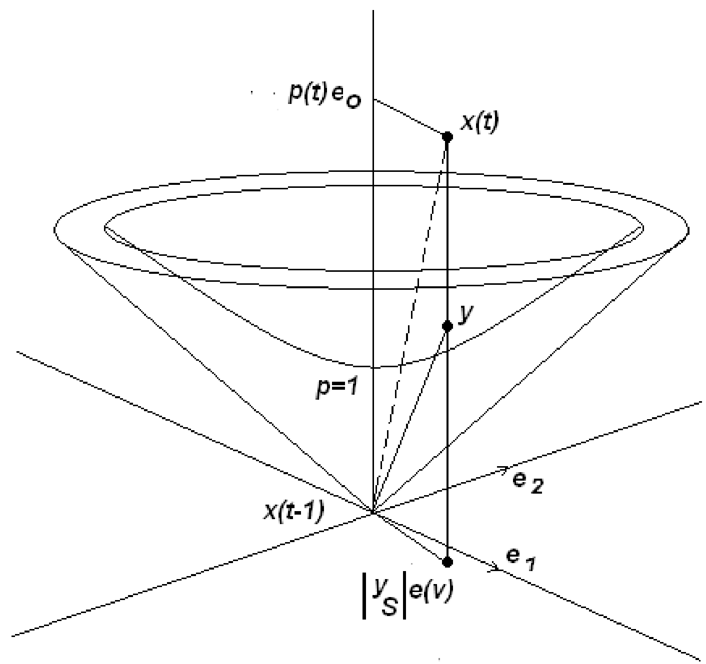
Теорема 5.1. Если блуждание Т-симметрично и S-изотропно, причем обе и проекции распределений вероятности имеют конечные математические ожидания, конечные дисперсии и ненулевые плотности в любой окрестности нуля, то блуждание возвратно при размерности гиперплоскости 1 или 2, и невозвратно при других размерностях; в случае возвратности (и только в этом случае) точки блуждания всюду плотно заполняют всё пространство.

Контравариантность относительно автоморфизма пространства U:
$P(x \in V \mid Uy) = P(x \in UV \mid y)$.

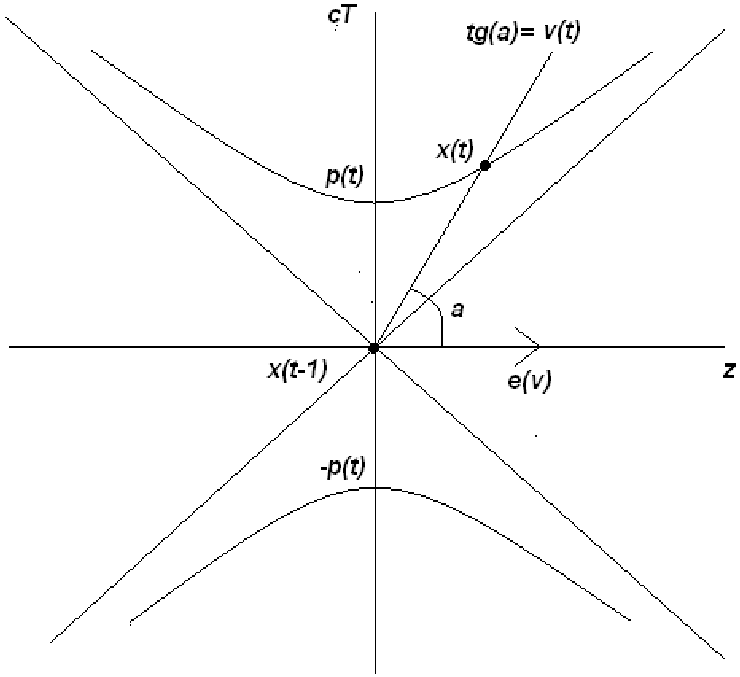
Теорема 6. Если автоморфизм порождает биекцию на сигма-алгебре, то контравариантное преобразование распределения вероятности является распределением вероятности. Если якобиан в каждой точке равен 1, то плотность вероятности преобразуется контравариантным сдвигом (и только в этом случае).

Пример 1. Блуждание с фиксированной псевдосферой.





Пример 2. Блуждание с переменной псевдосферой.



Контравариантность скачка к автоморфизму пространства *U*:

$$P(x\in V \mid Uy) = P(x\in UV \mid y).$$

Теорема 6. Если автоморфизм порождает биекцию на сигма-алгебре, то он порождает контравариантное преобразование распределения вероятности. При этом, если (и только если) якобиан в каждой точке равен 1, то плотность вероятности преобразуется контравариантно.

Показанные примеры блужданий в пространстве Минковского контравариантны к группе Лоренца. Это означает действие принципа относительности систем отсчёта при реализации алгоритма блуждания. Значит, этим алгоритмам в модели физического пространства-времени можно придать статус физического процесса.

Благодарю за внимание!